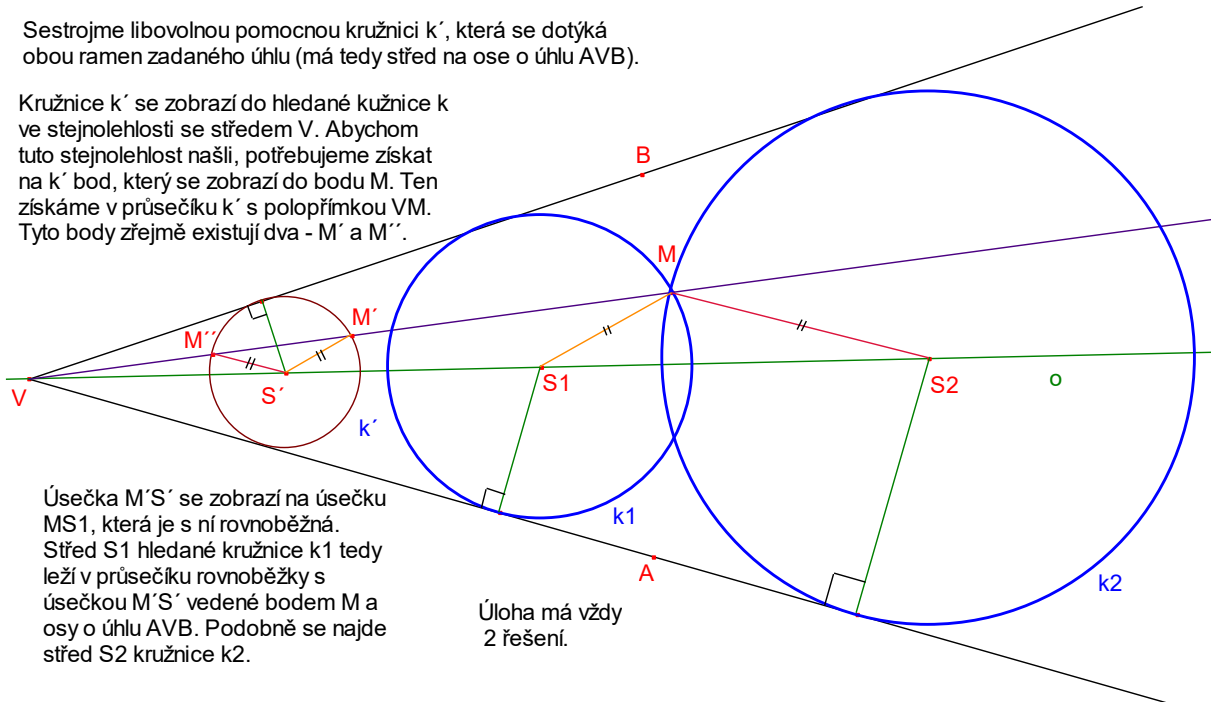


Stejnolehlost – úlohy

1. Necht' je dán konvexní úhel AVB a v něm bod M. Sestrojte kružnici k, která prochází bodem M a dotýká se obou ramen úhlu AVB.

Sestrojme libovolnou pomocnou kružnici k' , která se dotýká obou ramen zadaného úhlu (má tedy střed na ose o úhlu AVB).

Kružnice k' se zobrazí do hledané kružnice k ve stejnohlosti se středem V. Abychom tuto stejnohlost našli, potřebujeme získat na k' bod, který se zobrazí do bodu M. Ten získáme v průsečíku k' s polopřímkou VM. Tyto body zřejmě existují dva - M' a M'' .



Úsečka $M'S'$ se zobrazí na úsečku MS_1 , která je s ní rovnoběžná. Střed S_1 hledané kružnice k_1 tedy leží v průsečíku rovnoběžky s úsečkou $M'S'$ vedené bodem M a osy o úhlu AVB. Podobně se najde střed S_2 kružnice k_2 .

Úloha má vždy 2 řešení.

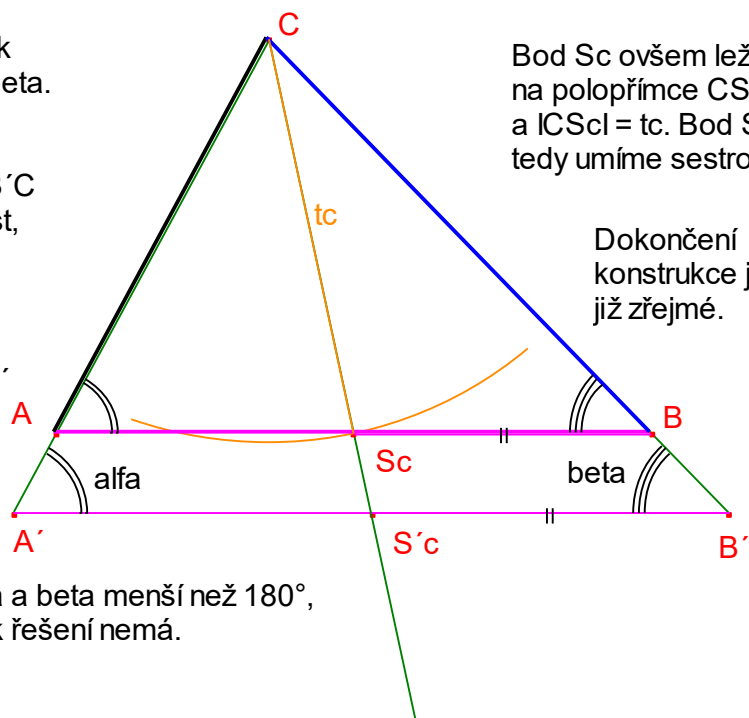
2. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li při obvyklém značení dáno α , β a t_c .

$t_c = 5,55 \text{ cm}$

Sestrojme libovolný trojúhelník $A'B'C$ s vnitřními úhly α a β .

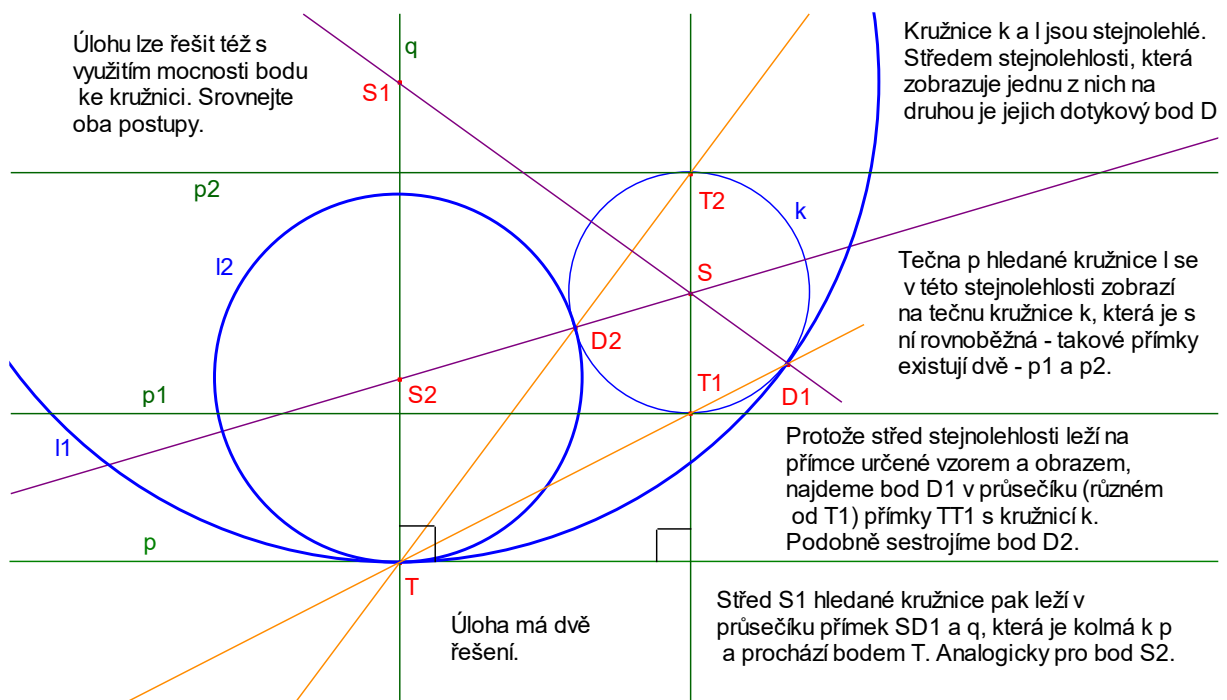
Hledaný trojúhelník ABC s pomocným trojúhelníkem $A'B'C$ jsou stejnohlé. Stejnolehlost, která je na sebe převádí má přitom střed v bodě C.

Při této stejnohlosti se zobrazí střed $S'c$ úsečky $A'B'$ na střed S_c úsečky AB, přičemž úsečky $A'B'$ a AB musí být rovnoběžné.



Pokud je součet úhlů α a β menší než 180° , má úloha 1 řešení. Jinak řešení nemá.

3. Necht' je dána přímka p , na ni bod T a kružnice $k(S;r)$, která s přímkou p nemá žádný společný bod. Sestrojte kružnici l , která se dotýká přímky p v bodě T i kružnice k .



4. Sestrojte trojúhelník ABC , jsou-li dány body C , V a O , kde V značí průsečík jeho výšek a O střed kružnice opsané.

Uvažme kružnici k opsanou hledanému trojúhelníku ABC .

Víme, že výška CV je kolmá ke straně AB . Dále platí, že obraz V' bodu V v osové souměrnosti podle osy AB leží na kružnici k . Bod V' tedy umíme najít.

Přímka AB je potom osou úsečky VV' . Body AB získáme jako její průsečíky s kružnicí k .

Jiné řešení spočívá ve využití vlastností Eulerovy přímky. Na úsečce OV najdeme těžiště T trojúhelníku ABC , neboť platí $|VT| = 2 \cdot |OT|$. Pak umíme na polopřímce opačné k polopřímce TC najít střed S_c strany AB , protože $2 \cdot |S_c T| = |TC|$. Přímka AB je pak kolmicí vedenou bodem S_c k přímce VC .

Úloha má 0 - 1 řešení, obecná diskuse není triviální.

