

5. Kvadratická rovnice, vztahy mezi kořeny a koeficienty

Teoretická část

- Řešení kvadratické rovnice, slovní úlohy
- Vietovy vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice

Praktická část

Základní poznatky:

1. Zjednodušte výraz:

$$\frac{2x^2+x-10}{3x^2-7x+2} \quad \left[\frac{2x+5}{3x-1}; x \neq 2, x \neq \frac{1}{3} \right]$$

2. Řešte v \mathbb{R} :

a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$ $[K = \{\frac{1}{2}; -3\}]$

b) $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x-1}{x^2-9} = \frac{x+3}{3-x} - \frac{4+x}{3+x}$ $[K = \{-\frac{5}{4}; 1\}]$

c) $1 + \frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ $[K = \{1\}]$

Typové příklady standardní náročnosti

3. Řešte v \mathbb{R} :

a) $(x^2 + x + 1) \cdot (x^2 + x + 2) - 12 = 0$ $[K = \{1; -2\}]$

b) $(x^2 + 3x)^2 + 16(-x^2 - 3x) - 36 = 0$ $[K = \{-6; -2; -1; 3\}]$

c) $\frac{x!}{2!(x-2)!} + \frac{(x-1)!}{2!(x-3)!} = 16$ $[K = \{5\}]$

4. Sestavte kvadratickou rovnici, která má kořeny:

- a) o 3 větší než jsou kořeny rovnice:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad [x^2 - 12x + 35 = 0]$$

- b) rovnající se druhým mocninám kořenů rovnice

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \quad [x^2 - 34x + 225 = 0]$$

aniž byste zadané rovnice řešili!

5. Ze dvou stanic vzdálených 600 km byly vyslány dva vlaky, které se mají potkat uprostřed trati. Pomalejší z nich vyjel o hodinu dříve rychlostí o 10 km menší než druhý vlak. Určete rychlosti obou vlaků.

[50 km/h, 60 km/h]

6. Cena časopisu byla snížena o tolik procent, kolik korun stál před snížením ceny. Urči jeho původní cenu, jestliže po zlevnění stál 16 Kč.

[2.5.13 – Realisticky.cz: 20 Kč nebo 80 Kč]

7. Určete všechny hodnoty parametru a , pro které má daná rovnice jeden kořen rovný nule. Určete druhý kořen, $a \in \mathbb{R}$: $2(a-1)x^2 - (2a-4)x + 2a(a-3) = 0$

$$\left[a = 0 \dots K = \{0; 2\}; a = 3 \dots K = \left\{ 0; \frac{1}{2} \right\} \right]$$

Rozšiřující cvičení

8. Odvoďte vzorec pro výpočet kořenů kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$.