

Paleoklimatologie (High resolution paleoclimatology)

III. Kvantitativní rekonstrukce na příkladu dendroklimatologie

Zdroje dat v paleoklimatologii

Proxy-data lze dělit podle různých hledisek:



- Data o vývoji vnitřních a vnějších klimatotozorných faktorů
- Data o vývoji klimatu podle rekonstruovaných meteorologických prvků (T, S, sucho, ...)
- Data o vývoji vnitřní variability klimatu (NAO, ENSO)
- Data o vývoji přírodních procesů, které ovlivňují charakter vnitřních vazeb v klimatickém systému (vývoj rozsahu základních druhů povrchů)

Zdroje dat v paleoklimatologii

Základní přehled viz Table 1.1 Principal Sources of Proxy Data for Paleoclimatic Reconstructions (Bradley, 2015). Jednotlivé druhy se liší podle prostorového a časového pokrytí, časového rozlišení (minimum sampling interval), frekvencí kolísání, které obsahují, možností replikací či přesnosti datování.

TABLE 1.2 Characteristics of Natural Archives

Archive	Minimum Sampling Interval	Temporal Range (Order: Year)	Potential Information Derived
Historical records	Day/h	$\sim 10^3$	T, P, B, V, L, S
Tree rings	Year/season	$\sim 10^4$	T, P, B, V, S
Lake sediments	Year (varves) to 20 years	$\sim 10^3$ - 10^6	T, B, M, P, V, C _w
Corals	Year	$\sim 10^4$	C _w , L, T, P
Ice cores	Year/season	$\sim 10^6$	T, P, C _{air} , B, V, M, S
Pollen	20 years	$\sim 10^6$	T, P, B
Speleothems	Year	$\sim 5 \times 10^5$	C _w , T, P, V, B
Paleosols	100 years	$\sim 10^6$	T, P, B
Loess	100 years	$\sim 10^6$	P, B, M
Geomorphic features	100 years	$\sim 10^6$	T, P, V, L, P
Marine sediments	100 years ^a	$\sim 10^7$	T, C _w , B, M, L, P, S

T, temperature; P, precipitation, humidity, or water balance (P-E); C, chemical composition of air (C_a) or water (C_w); B, information on biomass or vegetation patterns; V, volcanic eruptions; M, geomagnetic field variations; L, sea level; S, solar activity.

^aIn rare circumstances (varved sediments) ≤ 10 years.

After Bradley and Eddy (1991).

Zdroje dat a jejich vlastnosti

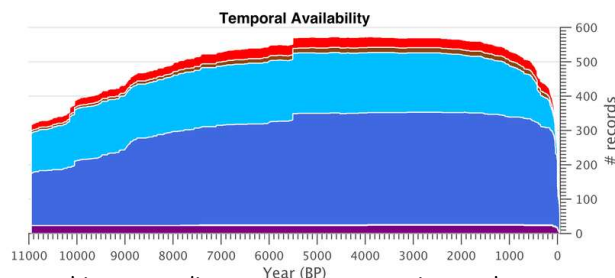
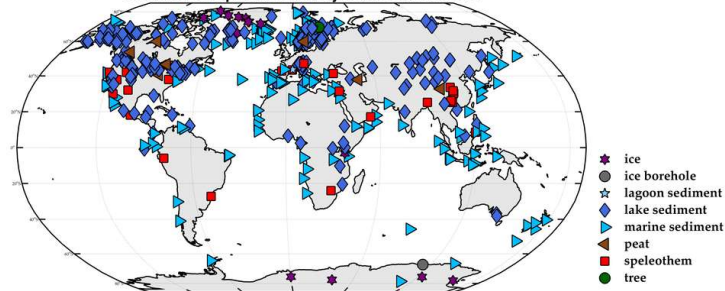
- Pro všechna proxy-data je základní **přesnost datování**, která umožňuje vytvářet dlouhé chronologie, většinou v absolutním datování (AD, BC, Cal years BP, BP = 1950). Existují i relativní, tzv. „plovoucí“ chronologie.
- Ne všechna přírodní proxy poskytují kontinuální záznam, některé jsou **epizodickými** (postupy ledovců). Navíc ještě nemusejí být synchronní.
- Všechna proxy-data mají **specifické spektrální vlastnosti**, nezachycují všechny frekvence.
- Je to dáno jejich přirozenými vlastnostmi nebo rušivými vlivy (bioturbace).
- Tím narůstá význam kombinace různých druhů proxy-dat (**multi-proxy**)
- Vedle proxy-dat lze pro účely rekonstrukce klimatu v paleoklimatologii využívat i **jiné zdroje informací**:
 - numerické modely
 - tzv. pseudoproxies
 - asimilace dat a reanalýzy

Zdroje dat a jejich vlastnosti

- Odpověď řady proxy-dat na změny v klimatickém systému má v řadě případů významné **zpoždění**.
- Např. postup a ústup ledovců to může být několik dekád. Naopak ale informace v bublinách vzduchu uchovaných v ledovcových jádrech odrážejí změny v klimatickém systému okamžitě.
- **Dlouhá doba odezvy** může působit problémy při identifikaci hlavních příčin změn obecně a zvláště pak tzv. „**abrupt changes**“
- Detailní analýza pylových částic ve vrstvách (varvách) může poskytovat roční rozlišení, avšak druhové složení zrn samotných je komplexní míra za řadu předchozích roků (Jacobson a Bradshaw, 1981).
- Reakce určitých druhů rostlin na náhlou změnu klimatu může trvat až několik stovek roků.
- Naopak např. fosilie hmyzu jsou velmi přesným indikátorem, protože hmyz je velmi mobilní a reaguje rychle např. na teplotní změny. Vše ale dále mohou komplikovat např. **bioturbace**.

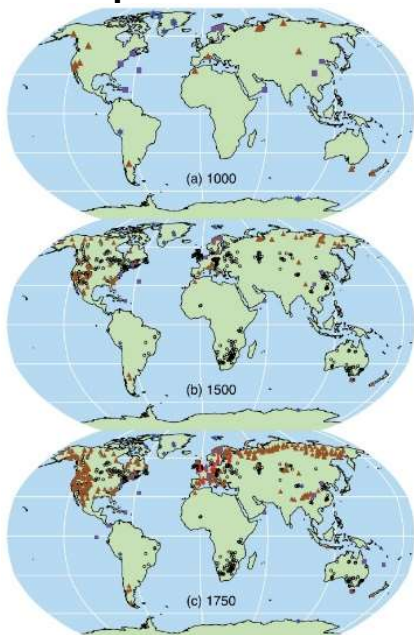
Dostupnost dat v měřítku holocénu

Holocene Temperature and Hydroclimate Records



Proxy archives recording temperature or moisture changes over the past 11 thousand years. <https://www.michaelerb.org/research.html>

Dostupnost dat v historické době



Locations of proxy records with data back to AD 1000, 1500 and 1750

Long instrumental: red

Tree-ring: brown triangles

Borehole: black circles

Ice-core/ice-borehole: blue stars;

Other including low-resolution records: purple squares

IPCC AR4 Figure 6.11.

- Dlouhých chronologií je i v současnosti málo, jejich prostorové rozložení je heterogenní a nereprezentativní.
- Jsou založeny především na TRW, která mají řadu omezení.
- Nedostatečné pokrytí daty platí především pro tropické šířky, pro vnitřní části většiny kontinentů a obecně pro většinu jižní polokoule.

Dendrochronologické údaje

(Od dendrochronologie k dendroklimatologii)

- Dendrochronologii v užším slova smyslu je možné chápat jako **metodu datování dřeva** založenou na měření šířek letokruhů (Kaennel, Schweingruber, 1995).
- Nejčastěji se využívá pro datování dřevěných archeologických nálezů a dřevěných prvků historických staveb či dřevěných uměleckých předmětů (Rybníček et al., 2010).
- V širším slova smyslu dendrochronologie studuje informace uložené v letokruzích a pokouší se **vysvětlit jejich příčiny**.
- Šířka letokruhů je nejčastěji využívaným parametrem pro dendrochronologické analýzy
- Šířka letokruhu je závislá na řadě vnějších, ale také vnitřních faktorů, jako jsou **teplota vzduchu, zásoba vody v půdě, množství srážek**, znečištění ovzduší, napadení stromu živočišnými nebo rostlinnými škůdci, ale rovněž i genetické dispozice daného jedince (Schweingruber, 1996).

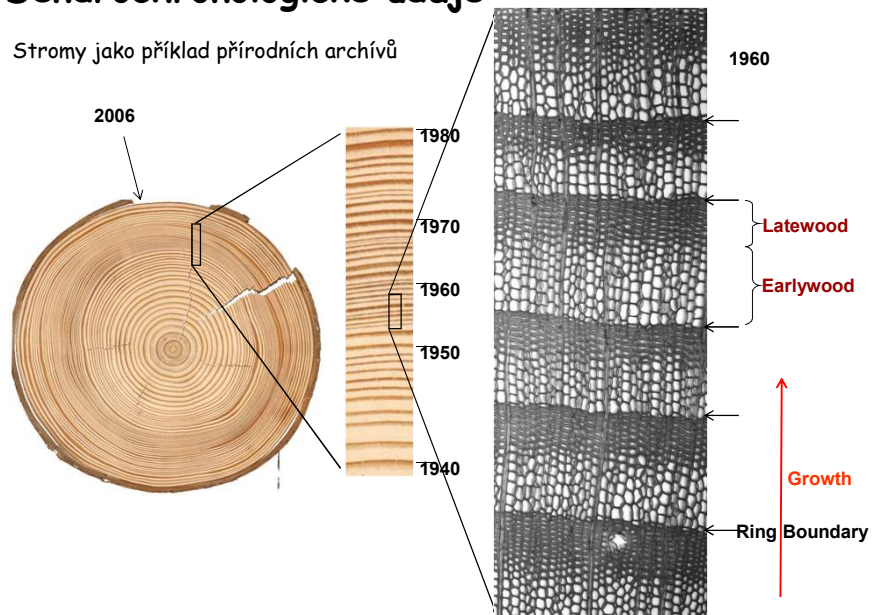
Dendrochronologické údaje

Vzorky pro dendrochronologickou analýzu jsou odebírány nejčastěji pomocí Presslerova přírůstového nebozezu nebo ve formě příčného výřezu pomocí motorové pily.



Dendrochronologické údaje

Stromy jako příklad přírodních archívů



Dendrochronologické údaje

- Měření šířek letokruhů je prováděno pomocí speciálního měřicího stolu, který je spojen s počítačem.
- Měřicí stůl je vybaven posuvným šroubovým mechanismem a impulsmetrem, který zaznamenává interval posunu desky stolu a tím i šířku letokruhu.
- Měřicí aparatura je vybavena stereolupou s nitkovým křížem umístěnou na stativu.

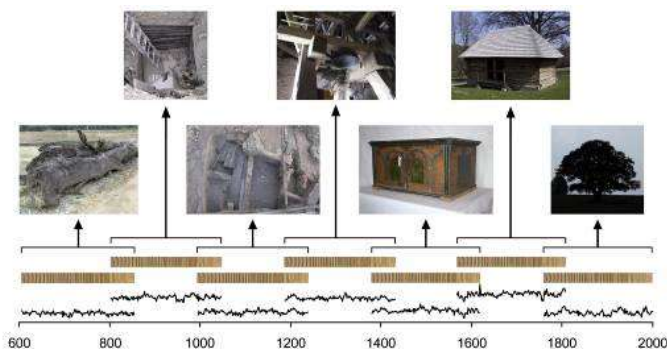


0L7746	1940	71	77	70	101	151	148	141	126	100	135
0L7746	1950	119	155	165	134	86	61	40	44	42	57
0L7746	1960	76	82	76	68	43	56	96	102	87	80
0L7746	1970	66	46	47	56	56	94	90	51	43	54
0L7746	1980	81	58	62	70	56	68	75	78	52	55
0L7746	1990	58	76	72	60	72	62	52	90	81	116
0L7746	2000	96	252	200	150	127	164	344	282	304	400
0L7746	2010	318	999								
0L7747	1899	128									
0L7747	1900	97	146	116	114	103	126	157	144	119	142
0L7747	1910	152	127	146	107	127	131	136	105	82	88
0L7747	1920	82	76	66	52	91	104	121	174	123	97
0L7747	1930	75	132	112	98	77	82	94	112	120	76
0L7747	1940	62	57	54	80	105	112	155	90	82	113
0L7747	1950	88	112	93	111	114	72	50	49	45	70
0L7747	1960	97	114	95	119	76	82	150	152	100	159
0L7747	1970	112	128	83	102	83	122	78	70	82	98
0L7747	1980	126	128	187	140	64	113	93	101	70	78
0L7747	1990	82	69	65	54	71	86	40	68	72	126
0L7747	2000	95	158	161	134	105	131	202	194	274	999
0L7748	1896	184	190	205	207						
0L7748	1900	152	190	176	210	140	138	170	146	136	149
0L7748	1910	149	166	163	139	222	222	322	186	182	181

- Měření šířky letokruhů je prováděno s přesností na 0,01 mm zpravidla na příčném řezu, kde je nejlépe zřetelná hranice letokruhů, výsledky měření jsou ukládány do specifických formátů

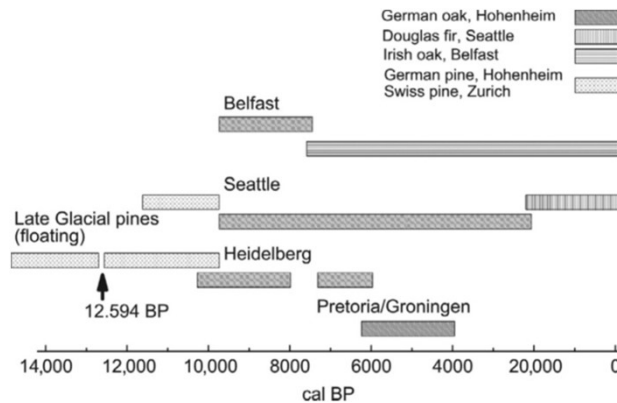
Dendrochronologické údaje

- Ze jednotlivých **letokruhových křivek** jsou sestavovány tzv. **standardní chronologie**, které vznikají postupným překrýváním letokruhových sekvencí od současnosti směrem do minulosti.
- Jedná se o průměrnou letokruhovou řadu sestavenou z velkého množství (v řádu stovek) letokruhových řad recentních porostů, historických dřevěných stavebních konstrukcí, dřevěných archeologických nálezů a subfossilních kmenů



Dendrochronologické údaje

- V případě sub-fosilních dřev nelze v některých případech propojit letokruhové křivky s existující chronologií pomocí křížového datování a datovat je absolutně.
- V těchto případech je nutné využít jiného způsobu datování, například pomocí ^{14}C a vytvořit „plovoucí“ chronologii.



Tree-ring-based ^{14}C data series obtained from three tree-ring chronologies. The names of the ^{14}C labs are given above the bars. The species and the tree-ring laboratories are shown in the legend. From Kromer (2009).

Dendrochronologie a jejich pokrytí

- Míra podobnosti mezi letokruhovými křivkami je posuzována pomocí statistických měr - korelačního koeficientu či tzv. koeficientu souběžnosti - a také pomocí optické shody letokruhových křivek.
- Nejdelší standardní chronologie na světě byla vytvořena z dubových vzorků pro jižní Německo a pokrývá období od roku 8480 př. n. l. do současnosti (Spurk et al., 1998).
- V České republice je nejdelší standardní chronologie dubová, sestavená pro období od roku 4682 př. n. l. až do současnosti (Kolář et al., 2012), v nepřerušované řadě je k dispozici od 4. století (Prokop et al., 2017).
- Většina standardních chronologií pro území ČR pokrývá podstatnou část posledního milénia.
- Například standardní chronologie smrku a borovice začíná ve 12. století, chronologie jedle v 11. století (Kyncl, 2017).

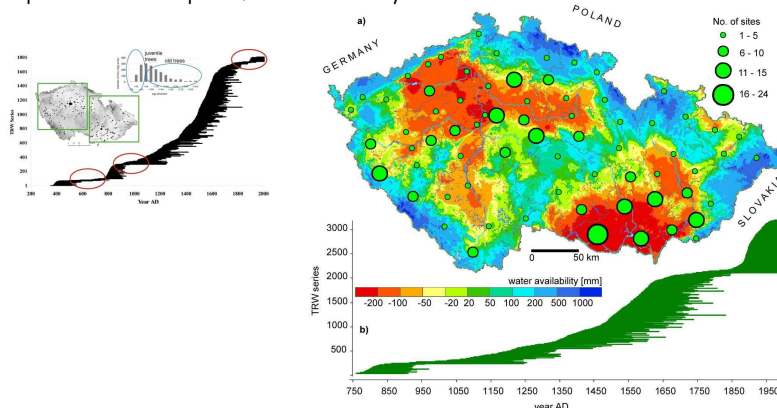
Dendroklimatologie

- Využití letokruhových chronologií pro klimatické rekonstrukce je zpravidla možné pouze v případech, kdy se stanoviště nachází na hranici ekologické valence dané dřeviny (Fritts, 1976).
- Pouze v těchto případech je klimatický signál obsažený v letokruhových sériích dostatečně silný pro spolehlivou klimatickou rekonstrukci.
- I z řady dalších důvodů (viz dále) se ne každá dendrochronologie dá využít pro rekonstrukci klimatu.

Příklad standardní dubové chronologie

Annually resolved TRW measurements of 3194 living, historical and sub-fossil oaks (*Quercus Sp.*) were compiled from 387 sampling sites

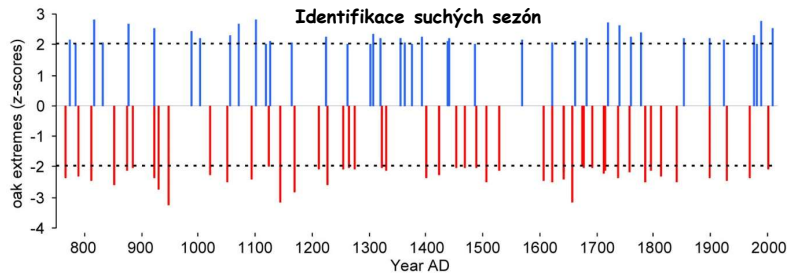
The chronology covers the 761-2012 period with number of replications varying from 10 samples at the earliest stage of the period to more than 140 samples in the second part of the 16th century



Spatial and temporal coverage of the Czech TRW oak standard chronology: (a) Map of mean potential water availability estimated as a difference between annual precipitation totals and annual reference evapotranspiration in the 1981-2010 period and spatial distribution of sampling sites (circles) used for chronology compilation in individual Czech districts; (b) Temporal distribution of the 3194 individual Czech oak TRW samples

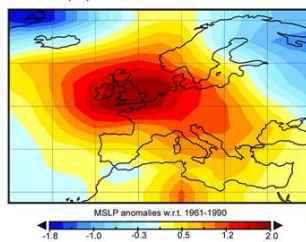
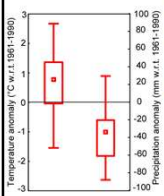
Příklady rekonstrukcí z českých zemí

Annually resolved TRW measurements of 3194 living, historical and sub-fossil oaks (*Quercus* Sp.) were compiled from 387 sampling sites, covering the 761–2012 period



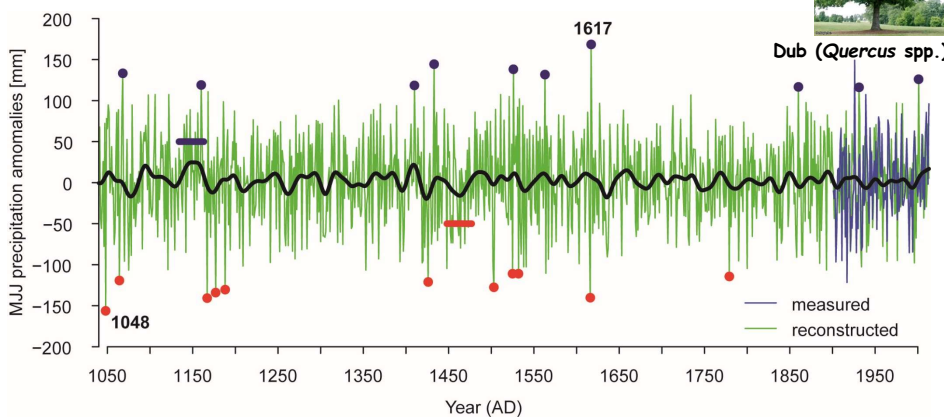
Negative (possibly dry) and positive (possibly wet) seasons found in oak chronology

Negative extremes (22)



Year	MJJ	Documentary evidence
1048	30	NA [inferior wine vintage, crops damaged by rodents in Bavaria, Germany (Alexandre, 1987)]
1064	47	NA
1167	37	G: warm summer (Glaser, 2008)
1177	40	CZ: severe drought and poor harvest in Bohemia (Brázdil and Kotyza, 1995); G: extremely dry and hot throughout Europe, damage to crops, early harvest, low fruit crops, good wine (Glaser, 2008)
1188	42	G: warm summer (Glaser, 2008)
1426	46	CZ: warm summer (Brázdil and Kotyza, 1995); A: dry and hot summer, water-mills unable to work for 20 weeks, bad harvest (Rohr, 2007)
1503	43	CZ: very dry period from May to July, fasting and prayers for rain organized in Prague 15 July, '30-year' drought and poor harvest in Litoměřice (Brázdil et al., 2013a, 2013b); A: little water in rivers, poor grain harvest caused by drought in Wels, Austria (Rohr, 2007); G: dry spring, warm and dry summer (Glaser, 2008)
1525	50	CZ: dry and hot summer, forest fires, good wine (Brázdil et al., 2013a, 2013b); G: dry spring (Glaser, 2008); CH: warm June and July (Pfister, 1999)

Příklady rekonstrukcí z českých zemí

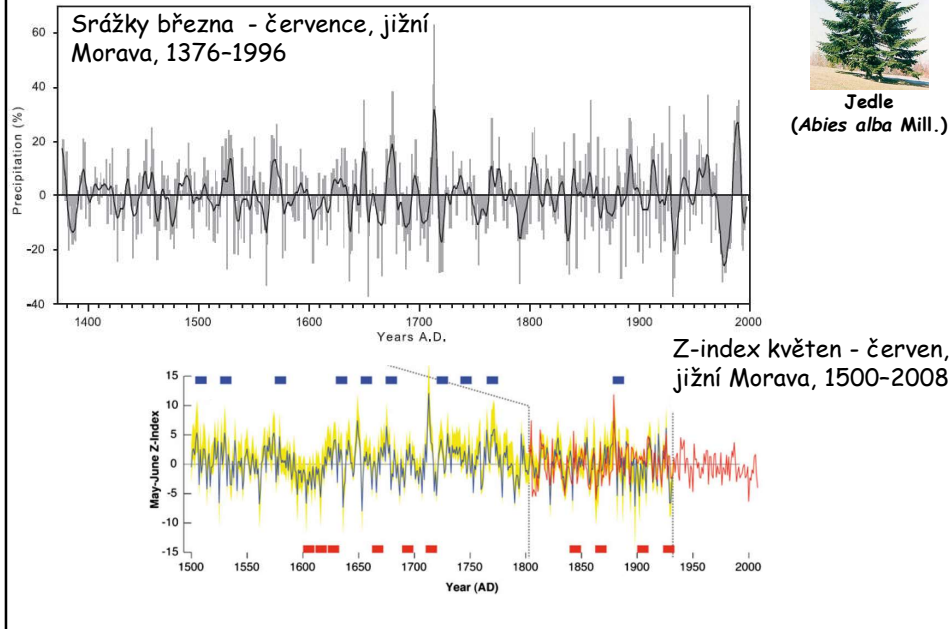


Reconstructed (1040–2013) and measured (1901–2015) MJJ precipitation totals (anomalies w.r.t. 1961–1990) for Bohemia smoothed by Gaussian filter for 30 years (black). Horizontal bars indicate occurrence of 30-year periods with the lowest (1448–1477, red) and the highest (1134–1163, blue) precipitation; red (blue) points show 11 absolutely lowest and 10 absolutely highest values.

Příklady rekonstrukcí z českých zemí



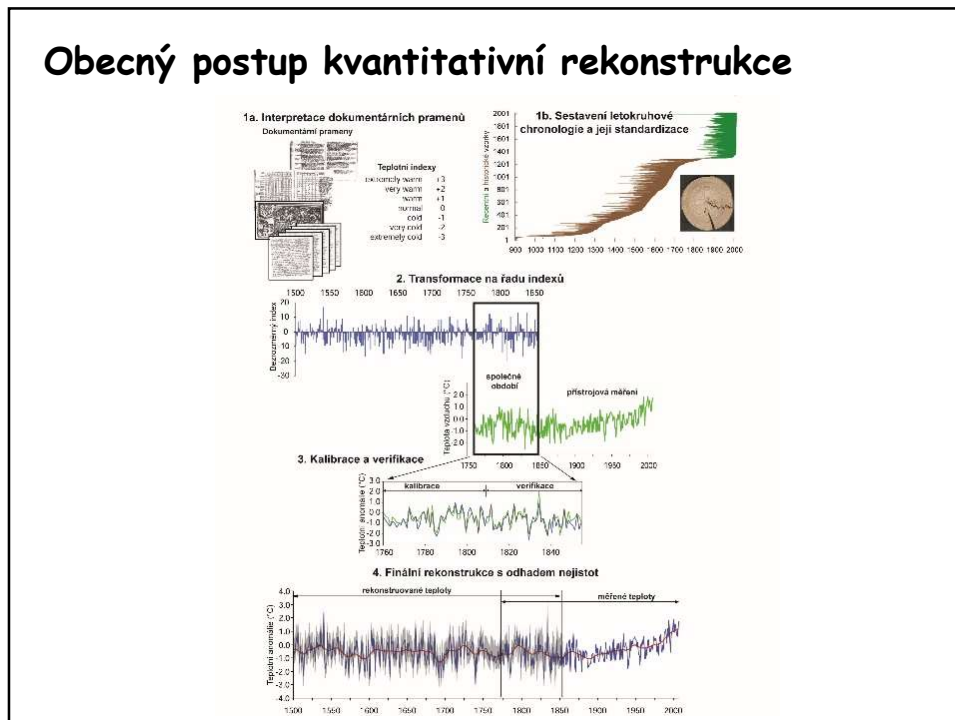
Jedle
(*Abies alba* Mill.)



Princip kvantitativní rekonstrukce

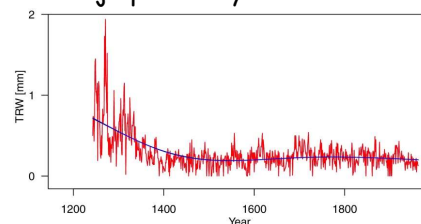
- Metody kvantitativní rekonstrukce klimatu jsou většinou založeny na statistické analýze dat ze společného období, pro které jsou k dispozici proxy-data i měřené hodnoty rekonstruovaného meteorologického prvku.
- Metody byly navrženy a jsou využívány především v dendroklimatologii (Cook, Kairiukstis, 1990).
- Lze je však aplikovat i na jiné druhy proxy-dat včetně údajů z dokumentárních pramenů
- Celý proces lze rozdělit do několika obecných kroků, tyto však často mají pro jednotlivé druhy proxy-dat jistá specifika:
 - Interpretace dokumentárních pramenů
 - Sestavení chronologie a její standardizace
 - Transformace na řadu indexů,
 - Hledání funkce odezvy
 - Kalibrace a verifikace
 - Finální rekonstrukce
 - Odhad nejistot

Obecný postup kvantitativní rekonstrukce



Standardizace letokruhových řad

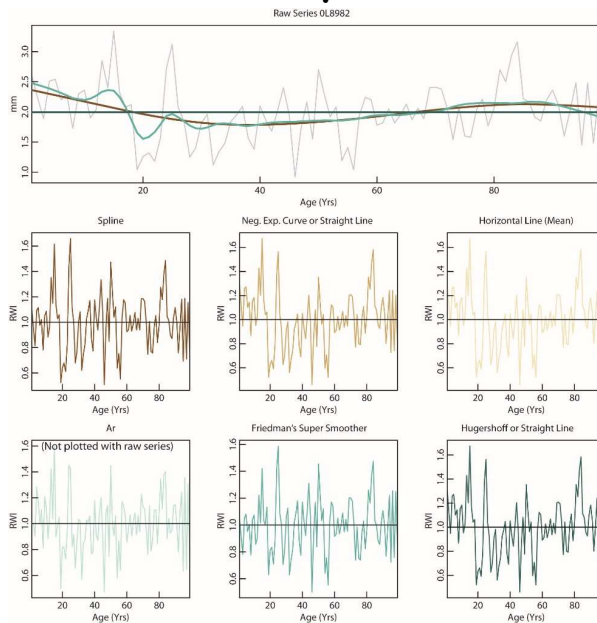
- Cílem standardizace je odstranit vlivy nesouvisející s klimatem, především tzv. růstový trend (**age trend**), protože mladé stromy mají obecně větší přírůstky a tedy širší letokruhy než ve stáří
- Ten představuje s šumovou složku, kterou je pro účely rekonstrukce zapotřebí potlačit
- Zároveň však ale také představuje **nízkofrekvenční složku signálu**



- Růstový trend se z jednotlivých křivek odstraní proložením vhodnou funkcí, např. negativní exponenciální funkce či splinové funkce.
- Od původní křivky šířek letokruhů (TRW) se hodnoty funkce odečtou či se vytvoří jejich podíly
- Výsledkem je řada bezrozměrných indexů (TRI)

D8

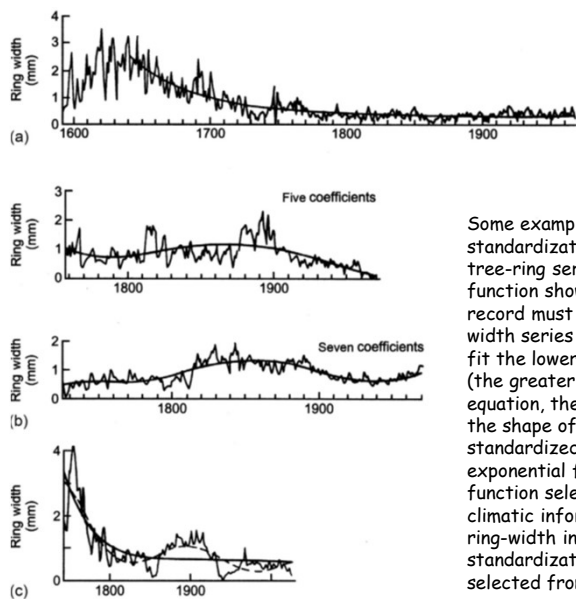
Standardizace letokruhových řad



Různé modely růstového trendu aplikované na vybranou letokruhovou křivku

D8

Standardizace letokruhových řad



Some examples of potential problems in standardization of ring widths. In (a), most of the tree-ring series can be fitted by the exponential function shown. However, the early part of the record must be discarded. In (b), the two ring-width series required higher-order polynomials to fit the lower-frequency variations of each record (the greater the number of coefficients for each equation, the greater the degree of complexity in the shape of the curve). In (c), the series could be standardized using either a polynomial (dashed) or exponential function (solid line). Depending on the function selected and its complexity, low-frequency climatic information may be eliminated. The final ring-width indices depend very much on the standardization procedure employed. Examples selected from Fritts (1976).

Snímek 23

D8 Dobrovolný; 1.7.2019

Snímek 24

D8 Dobrovolný; 1.7.2019

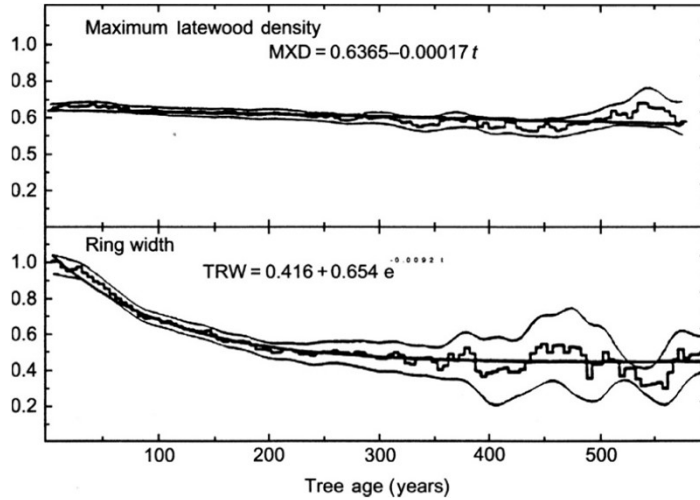
Standardizace letokruhových řad

- Na roční přírůstky může mít vliv řada dalších faktorů jako jsou stanovištní podmínky, kompetice, kalamity hmyzu, ...
- Při standardizaci se často aplikují i další metody úpravy původních dat (mocninná transformace, polynomické funkce)
- Snaha potlačit většinu těchto faktorů však může vést k problému „**over-fitting**“. Proto se často volí nejjednodušší možné řešení
- Způsob standardizace se řídí také **účelem využití** sestavené chronologie (identifikace extrémů, rekonstrukce, ...)
- V případě jiných charakteristik - **hustota pozdního dřeva**, **koncentrace stabilních izotopů** - je problém potlačení růstového trendu **méně významný**
- Proto tyto charakteristiky většinou obsahují větší podíl nízkofrekvenční informace

Standardizace letokruhových řad

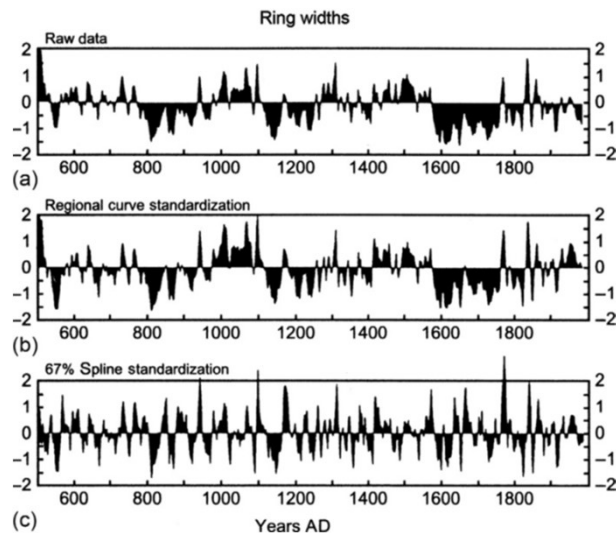
- Problém ztráty nízkofrekvenční informace v souvislosti s odstraněním růstového trendu je možné částečně řešit aplikací speciálních postupů standardizace
- K takovým postupům patří metoda **RCS (Regional Curve Standardization)**:
 - a) Všechny křivky (segmenty) se seřadí podle jejich biologického (relativního) věku a jejich zprůměrováním se vytvoří tzv. „**regionální křivka**“
 - b) Tato se proloží vhodnou „regionální“ růstovou funkcí, která se následně aplikuje na všechny jednotlivé letokruhové křivky bez ohledu na jejich délku
 - c) Všechny letokruhové křivky standardizované „regionální křivkou“ se opět zprůměrují do výsledné chronologie

Standardizace letokruhových řad - efekt RCS



Regional curve standardization (RCS) of tree-ring samples from northern Fennoscandia based on a least squares fit to the mean values of all series, after they were aligned according to their biological age. Ring-width data commonly have a more pronounced growth function than maximum latewood density data. From Briffa et al. (1992a).

Standardizace letokruhových řad - efekt RCS



Ring-width data from trees in northern Fennoscandia showing (a) the mean indices, without any standardization (b) indices derived from standardization using the regional curve standardization or (c) indices derived from standardization using a cubic-smoothing spline function (see text for discussion). From Briffa et al. (1992a).

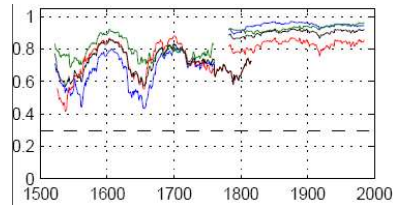
Sestavení chronologie

- Standardizované letokruhové řady v podobě bezrozměrných indexů (TRI) se poté zprůměrují po jednotlivých rocích do výsledné chronologie
- Tím se na jednu stranu zvýrazní společné rysy použitých letokruhových křivek, na druhou stranu se potlačí lokální vlivy
- V případě rozdílného počtu průměrovaných letokruhových křivek v jednotlivých rocích (sample depth) je nutné **upravit variabilitu** výsledné chronologie:

$$Y(t) = X(t) \sqrt{\frac{n(t)}{1 + (n(t) - 1)\bar{r}}}$$

\bar{r} Průměrná korelace mezi všemi křivkami (RBAR)

n počet vzorků v daném roce (t)

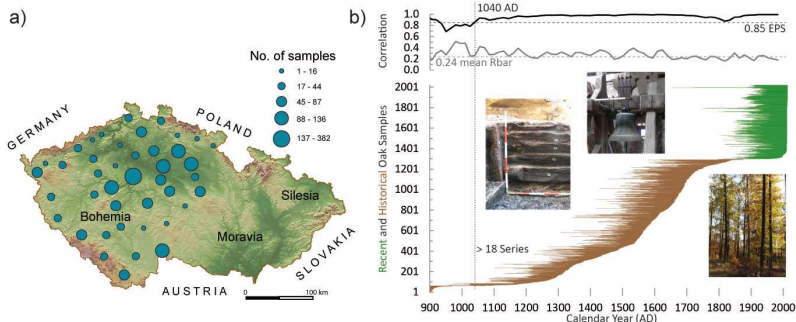


Hodnocení kvality sestavené chronologie

- Klouzavé korelace
- Expressed Population Signal (EPS)

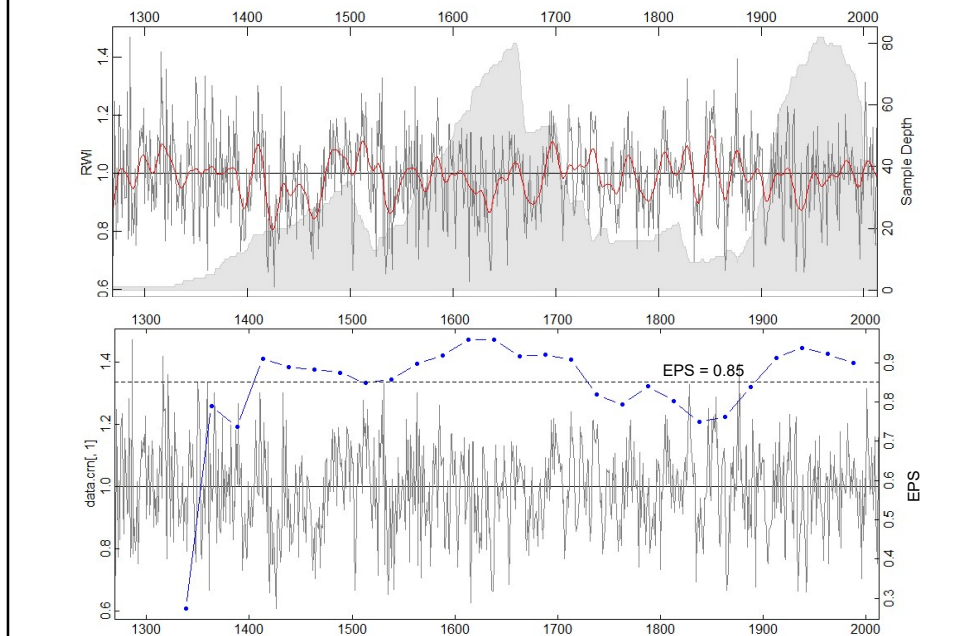
$$EPS(t) = \frac{n(t)\bar{r}}{n(t)\bar{r} + (1 - \bar{r})} \approx \frac{\text{signal}}{\text{total variance}}$$

\bar{r} průměrná korelace (RBAR)
 n počet křivek



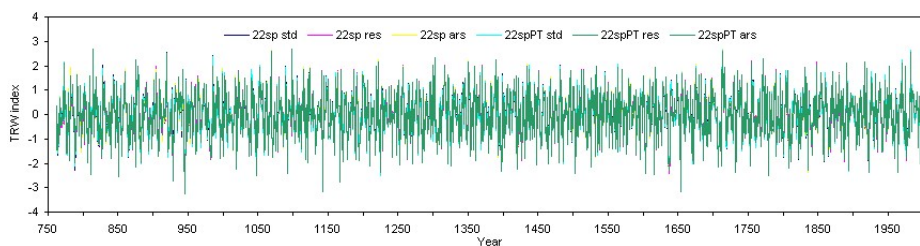
Spatial and temporal coverage of the Bohemian oak TRW chronology: (a) the spatial distribution of sampling sites summarized for CR districts; (b) temporal distribution of TRW samples completed with the mean inter-series correlation (Rbar) and the moving 31-year EPS statistics; broken horizontal line indicates the commonly used 0.85 quality threshold

Hodnocení kvality sestavené chronologie



Výsledné chronologie

- Postup standardizace nemá jednoznačná pravidla pro aplikaci jednotlivých úprav původních dat
- Výsledkem je často několik velmi podobných chronologií.



- Pro následnou analýzu je možné vzít i průměr z více chronologií, nebo je transformovat např. pomocí metody hlavních komponent

Hledání funkce odezvy

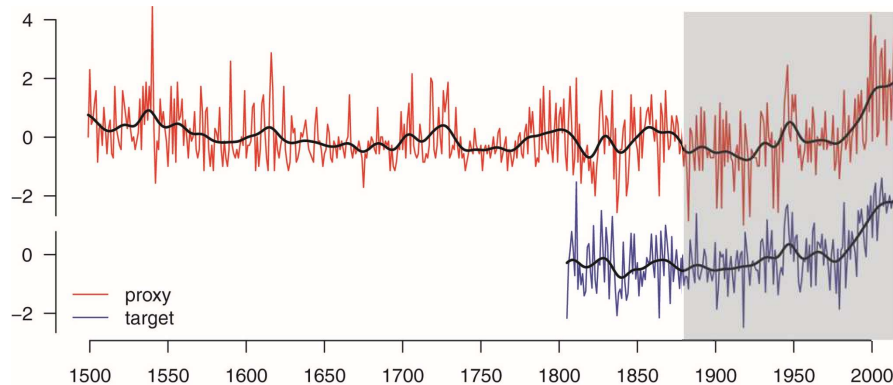
Cílem je nalézt

a) jaký prvek (charakteristika)

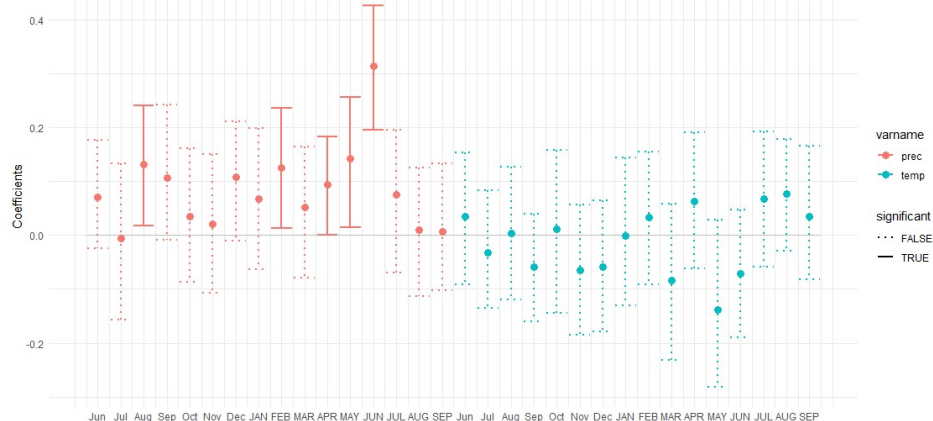
b) jaká sezóna

c) jaká část společného období

budou použity pro kalibraci proxy dat

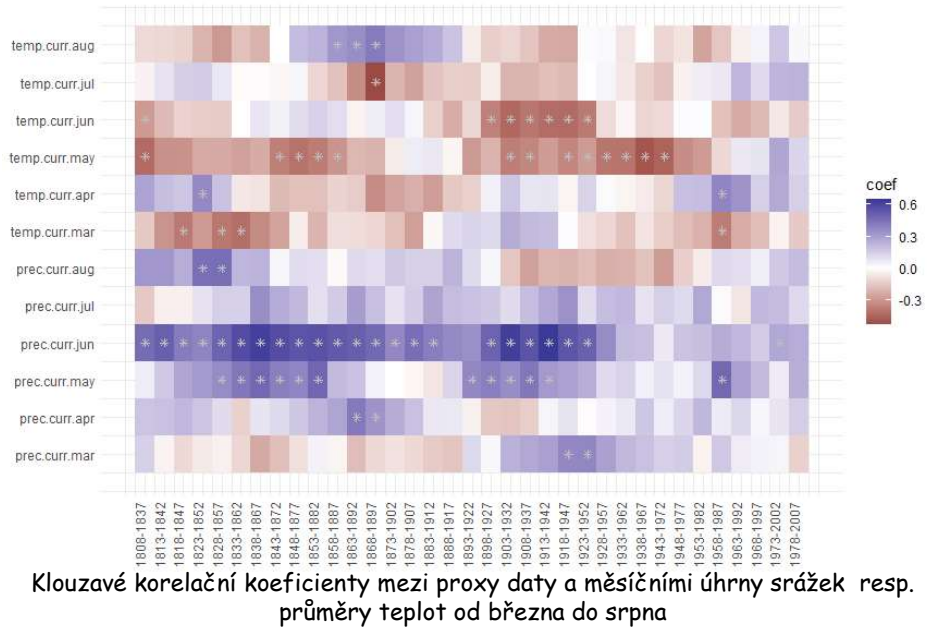


Hledání funkce odezvy - měsíční rozlišení

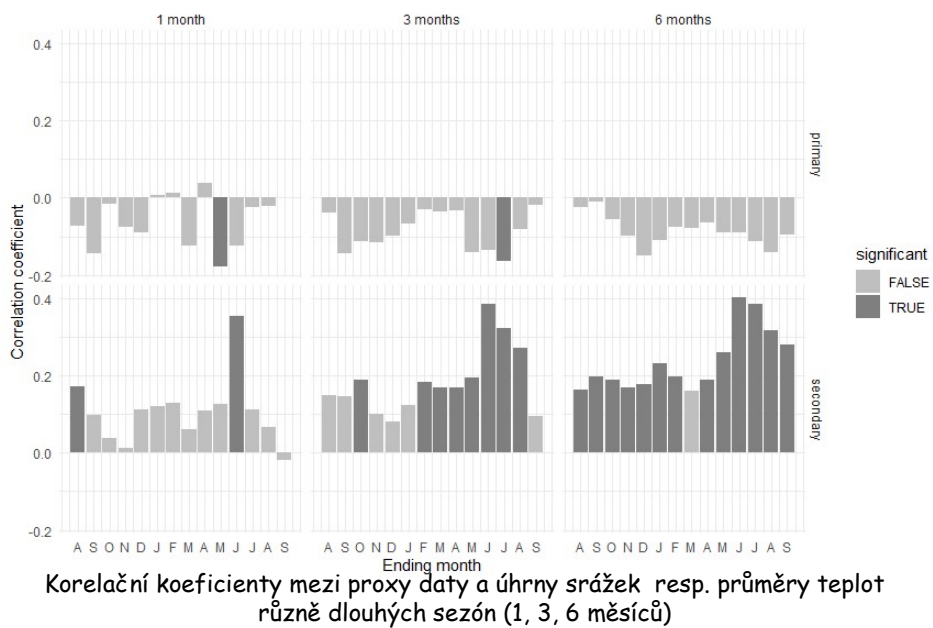


Korelační koeficienty mezi proxy daty a měsíčními úhrny srážek resp. průměry teplot od června předchozího roku do září roku aktuálního

Hledání funkce odezvy - klouzavé korelace

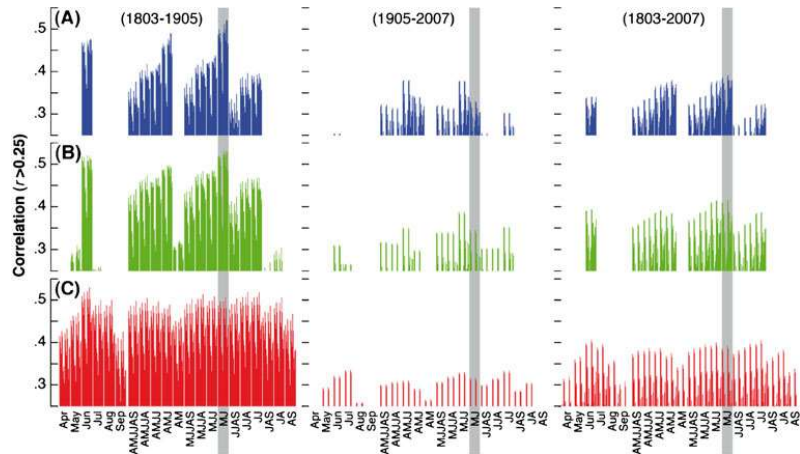


Hledání funkce odezvy - sezóny



Hledání funkce odezvy

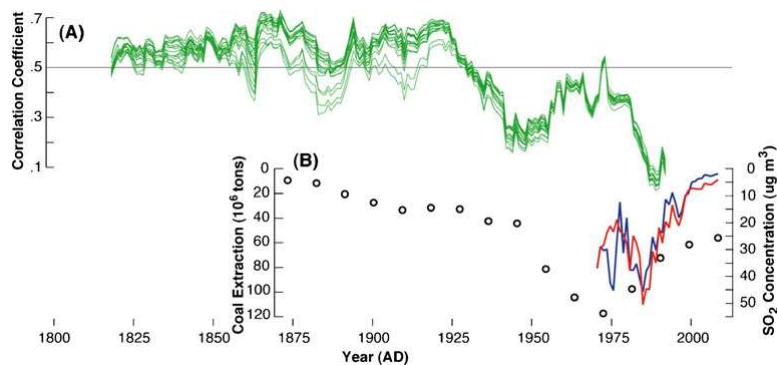
Jaký prvek, jaká je „ideální“ sezóna a jaké je nevhodnější kalibrační období?



Correlation coefficients between 24 slightly different TRW chronologies (using all data and the combined living/historic subsets), as well as instrumental based (A) precipitation, (B) ZIND, and (C) PDSI computed over two early/late split intervals (1803-1905/1905-2007) and the full period (1803-2007) of proxy-target overlap. Only correlation coefficients >0.25 and using monthly growing season means between April and September and 15 associated seasonal means are shown. The gray vertical shadings denote the MJ period of maximum response (Büntgen et al., 2011)

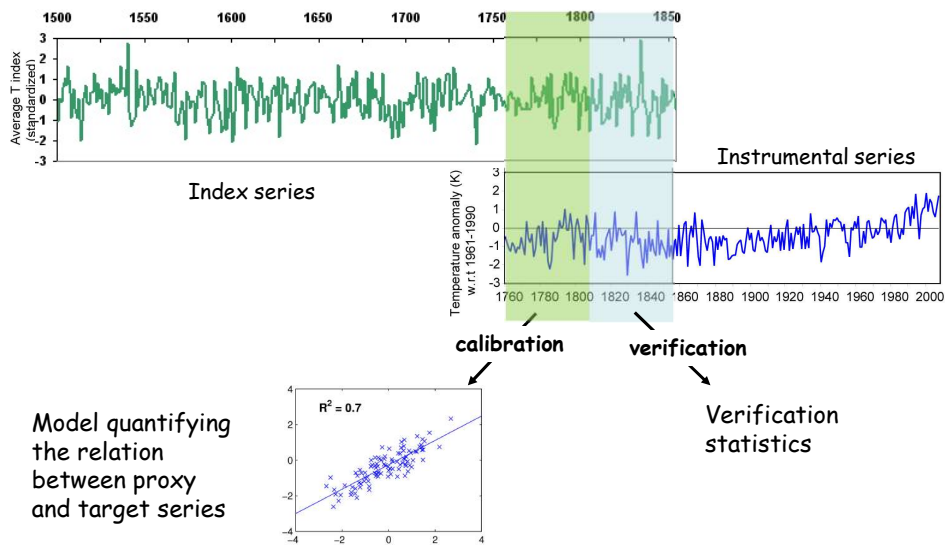
Rekonstrukce sucha (z-index) z letokruhů jedle

Hledání části společného období pro kalibraci



A Twenty-one-year running correlation coefficients between 24 slightly different fir TRW chronologies and the Brno MJ ZIND record. B Development of coal extraction in the Czech Republic (1876-2008) and SO₂ concentrations measured at the Brno stations (1971-2008): Křoftova street (urban; blue), Tuřany airport (rural; red)

Kalibrace a verifikace



Společné období je rozděleno na dvě subperiody (např. early, late). Kalibrace se sestaví na jedné subperiodě a nezávisle verifikuje na druhé. Poté se proces opakuje, přičemž se subperiody přehodí.

Kalibrace a kalibrační statistiky

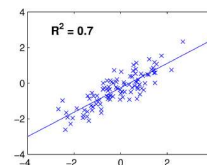
Existuje velké množství přístupů k sestavení vztahu mezi proxy a target daty (Linear (multiple) regression, Variance scalling (CPS), PCR)

The relationship obtained for a calibration period is evaluated by various **statistical measures**:

- **Squared correlation r^2** quantifies the amount of temperature variance explained by the reconstruction
- **Standard error of estimate SE** measures the uncertainty („regression error“)
- **Durbin-Watson test** measures the first-order autocorrelation within the regression residuals (von Storch and Zwiers 1999)

Critical values of DW depend on the number of independent variables and also on the time series length, but values between 1.5 and 2.5 (with an ideal target of 2.0) are generally acceptable.

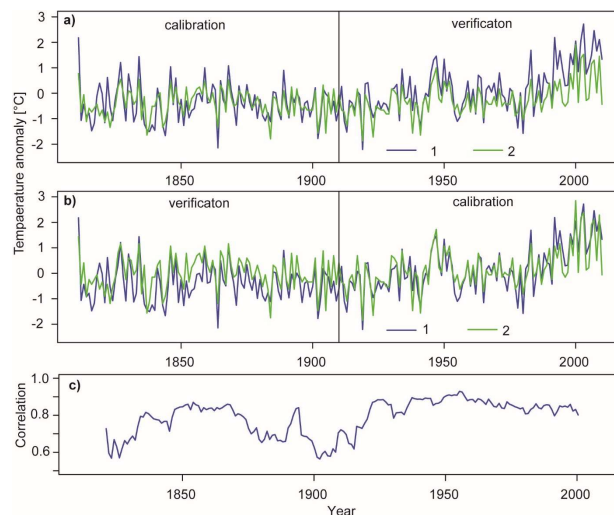
DW values outside this range indicate problems with reconstructing multi-decadal variations.



Verifikace a verifikační statistiky

- Formální ověření kalibrace (reconstruction skil) se provádí na nezávislých datech
- Tranfer function se aplikuje nejprve na late a poté early subperiod a vypočtené (tj. rekonstruované hodnoty) se porovnají s instrumentálními
- Grafické porovnání (viz dále) je doplněno klouzavými korelacemi, které umožňují ohodnotit stabilitu sestaveného vztahu v čase
- Kvalita rekonstrukce se dále ověřuje výpočtem několika statistických měr.
- Často používanými verifikačními statistikami jsou **squared correlation (r^2)**, **the Mean Square Error (MSE)**, **the Reduction of Error (RE)**, **the Coefficient of Efficiency (CE)**

Porovnání kalibrace a verifikace



Comparison of **measured** (1) and **reconstructed** (2) mean Czech April–August temperatures: anomalies with respect to the 1961–1990 period. Linear regression method of reconstruction was performed for a) early (1811–1910) and b) late (1911–2010) calibration periods; c) 21-year running correlations between mean Czech April–August temperatures and grape-harvest dates during the 1811–2010 period

Verifikační statistiky

Mean Square Error (MSE) directly compares measured and reconstructed values over the verification period.

Let y_t denote a temperature at time t and \hat{y}_t the prediction based on a proxy reconstruction.

Mean squared error (MSE)

$$\text{MSE}(\hat{y}) = \frac{1}{N} \sum (y_t - \hat{y}_t)^2,$$

where the sum on the right-hand side of the equation is over times of interest (either the calibration or validation period) and N is the number of time points.

Verifikační statistiky

Reduction of Error (RE) compares the Mean Square Error (MSE) of the reconstruction to the MSE of a 'reconstruction' that is constant in time with a value equal to the mean value for the measured temperatures in the calibration period.

Reduction of error statistic (RE)

$$\text{RE} = 1 - \frac{\text{MSE}(\hat{y})}{\text{MSE}(\bar{y}_c)},$$

where $\text{MSE}(\bar{y}_c)$ is the mean squared error of using the sample average temperature over the calibration period (a constant, \bar{y}_c) to predict temperatures during the period of interest:

$$\text{MSE}(\bar{y}_c) = \frac{1}{N} \sum (y_t - \bar{y}_c)^2$$

$$\text{RE} = 1.0 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_c)^2} \right],$$

kde x_i a \hat{x}_i jsou měřené, resp. rekonstruované, hodnoty z verifikačního období a \bar{x}_c je průměr měřených hodnot kalibračního období.

Verifikační statistiky

Coefficient of Efficiency (CE) compares the MSE of the reconstruction to a 'reconstruction' that is constant and equal to the mean value of the measured temperatures in the validation period.

Coefficient of efficiency (CE)

$$CE = 1 - \frac{MSE(\hat{y})}{MSE(\bar{y}_i)}$$

where $MSE(\bar{y}_i)$ is the mean squared error of using the sample average over the period of interest (\bar{y}_i) as a predictor of temperatures during the period of interest:

$$MSE(\bar{y}_i) = \frac{1}{N} \sum (y_t - \bar{y}_i)^2$$

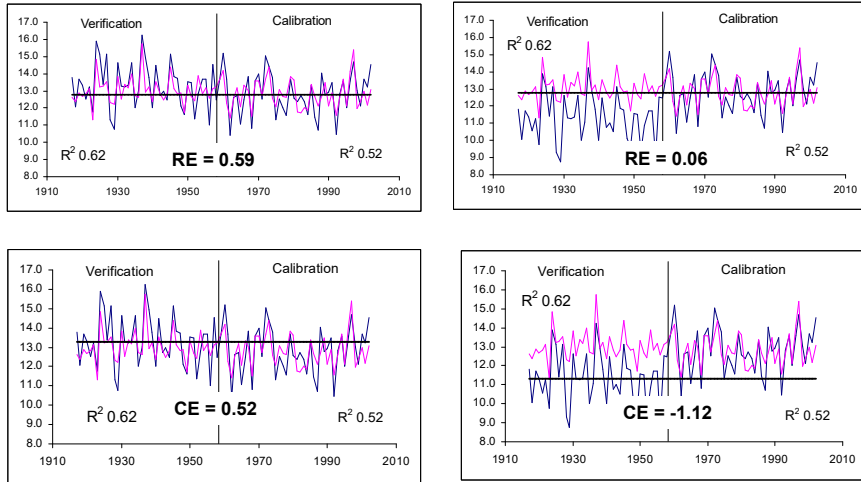
Koeficient účinnosti CE je obdobou výše uvedené statistiky RE , avšak porovnává rekonstruované hodnoty vůči průměru hodnot verifikační subperiody \bar{x}_v :

$$CE = 1.0 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_v)^2}$$

Interpretace verifikačních statistik

- Obě míry jsou obdobou koeficientu determinance (r^2), umožňují lépe hodnotit případné změny v průměru hodnot kalibračního a verifikačního období
- Mohou nabývat teoreticky hodnot od jedné do minus nekonečna a CE je vždy menší než RE
- Pokud jsou tyto hodnoty RE a CE kladné, tak sestavený kalibrační vztah vysvětluje více variability než v případě, kdy bychom na místo rekonstruovaných hodnot použili pouze aritmetický průměr hodnot z kalibračního (RE), resp. verifikačního (CE) období

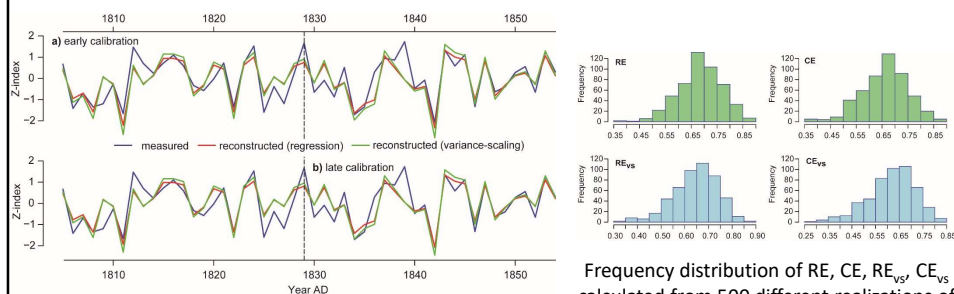
Interpretace verifikačních statistik



Shrnutí výsledků kalibrace a verifikace

Summary of calibration and verification statistics used for AMJJ reconstruction of Z-index for the territory of the Czech Republic using linear regression: R^2 – explained variance; RMSE – root mean square error; DW – Durbin–Watson test statistic; RE – reduction of error; CE – coefficient of efficiency; R_{vs}^2 – Equivalent variance explained; RE_{vs} and CE_{vs} are corresponding measures for variance scaling method

Sub-period	R^2	RMSE	DW	RE	CE	R_{vs}^2	RE_{vs}	CE_{vs}
Early calibration (1805–1829) / late verification (1830–1854)	69%	0.58	1.5	0.69	0.69	66%	0.64	0.63
Early verification (1805–1829) / late calibration (1830–1854)	71%	0.53	2.0	0.68	0.67	69%	0.67	0.67
Full calibration (1805–1954)	70%	0.55	1.9	-	-	67%	-	-

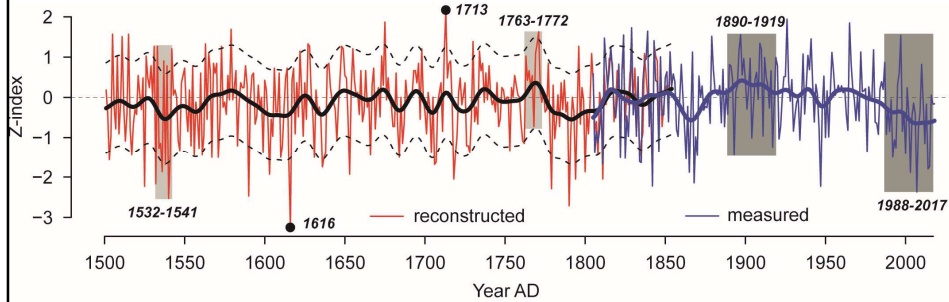


Measured (blue) and reconstructed (linear regression - red, variance-scaling - green) AMJJ Z-index anomalies (1961–1990 (verification) years in the 1805–1854 period reference period)

Frequency distribution of RE, CE, RE_{vs} , CE_{vs} calculated from 500 different realizations of randomly selected 25 calibration (verification) years in the 1805–1854 period

Výsledná rekonstrukce

- Odhad nejistot (spolehlivost) je založen na chybě regrese
- Zdrojů nejistot je však řada, problém je jejich kvantifikace



Reconstructed (1501-1854) and measured (1805-2018) AMJJ Z-index values for the territory of the CR completed with series smoothed by 30-year Gaussian filter (bold lines) and **error bands (dashed lines) approximating 95% confidence intervals**. Z-index values are expressed as anomalies w.r.t. the 1961-1900 reference period (horizontal line). Points denote the driest (wettest) years and grey areas mark the driest (wettest) 10-year and 30-year periods.