

# 7. Populace pod tlakem nespecializovaného predátora

Bi3101 Úvod do matematického modelování



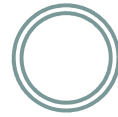
Populace pod tlakem nespecializovaného predátora

# Nespecializovaný predátor



- Nespecializovaný predátor není závislý na kořisti z uvažované populace, má i alternativní zdroje obživy.
- Velikost populace nespecializovaného predátora považujeme za konstantní a do modelu ji nemusíme zahrnovat.
- Množství kořisti bude úměrné době lovu:
  - množství ulovené kořisti za časový interval délky  $h$  je rovno  $p \cdot h$
  - parametr  $p$  se nazývá intenzita predace a vyjadřuje predáčnický tlak vyvíjený na uvažovanou populaci, přesněji řečeno: množství kořisti, které predátoři uloví za jednotku času.
  - Intenzita predace závisí na velikosti  $N$  populace kořisti, tj.  $p = p(N)$ .

# Nespecializovaný predátor



- Pokud není uvažovaná populace v prostředí přítomna, predátoři nic neuloví a živí se alternativní potravou.
- Pokud je uvažovaná populace velká (větší než predátoři dokáží sníst), loví predátoři pouze omezené množství jedinců, které představuje jakousi hladinu nasycení.
- To lze vyjádřit jako:
  - $p(0) = 0$ ;
  - $p(N) = S$  pro  $N > N_{\text{krit}}$  nebo obecněji jako  $p(N) \rightarrow S$  pro  $N \rightarrow \infty$ .
- Procvičení: nalezněte vhodnou funkci  $p(N)$  splňující výše uvedené podmínky pro  $N \in \mathbb{R}_0^+$ :
  1. jakoukoliv,
  2. hladkou.

# Nespecializovaný predátor



- U předešlého modelu jsme v diskrétním případě dospěli k rovnici

$$N(t + 1) = N(t) + r \cdot N(t) \cdot \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right), \quad N(0) = N_0$$

- a ve spojitém případě k rovnici

$$N'(t) = r \cdot N(t) \cdot \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right), \quad N(0) = N_0$$

- Obě tyto rovnice lze za použití časového kroku  $h$  vyjádřit ve tvaru

$$N(t + h) = N(t) + r \cdot N(t) \cdot \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right) \cdot h, \quad N(0) = N_0$$

# Nespecializovaný predátor

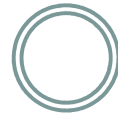


- Nyní vyjádříme změnu velikosti populace za časový interval délky  $h$  jako přirozený přírůstek populace změněný o množství ulovených jedinců. Rovnici tedy dále modifikujeme a dostaneme model růstu populace pod tlakem nespecializovaného predátora ve tvaru

$$N(t + h) = N(t) + r \cdot N(t) \cdot \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right) \cdot h - p(N(t)) \cdot h, \quad N(0) = N_0$$

- Procvičení: určete rovnice populace pod tlakem nespecializovaného predátora v diskrétním a spojitém případě.

# Implementace modelu



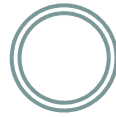
- V diskrétním případě nelze určit řešení modelu, ale můžeme řešit model rekurentně (výpočtem následujícího stavu ze znalosti stavů předcházejících).
- Ve spojitém případě lze model analyticky řešit pokud stále platí
$$N > N_{krit} \text{ nebo } N < N_{krit}$$
- V obecném případě je nicméně nutné řešit model za pomoci numerických metod, k čemuž musíme znát numerické hodnoty všech parametrů modelu.

# Implementace modelu



- Implementujme model s následujícím nastavením:
  - $S = 300$
  - $r = 1$
  - $K = 1000$
  - $N_{\text{krit}} = 200$
  - $N_0 = 500$
- Pro implementaci nejprve použijeme predační funkci definovanou po částech lineárně (se zlomem v bodě  $N_{\text{krit}}$ ).
- Spojitou predační funkci si procvičíte za domácí úkol.

# Spojité predáční funkce (DÚ 3 do 1. 11. 2021)



- Využijte kód z dnešní přednášky a nahradte ve spojitém modelu lomenou funkci  $p(N)$  nějakou hladkou funkcí  $r(N)$  splňující následující předpoklady.
  - $p(0) = 0$ ;
  - $p(N) \rightarrow S$  pro  $N \rightarrow \infty$ .
- Provedte analýzu takového řešení.