

# 10. Společenstva

## Bi3101 Úvod do matematického modelování



Lotkův-Volterrův systém  
Maticové populační modely

# Mezidruhové vztahy



		Vliv první populace na druhou		
		záporný	neutrální	kladný
Vliv druhé populace na první	První populace je vůči druhé			
	záporný	konkurent (kompetice)	amenzál	kořist hostitel
	neutrální		neutrál	
kladný		predátor parazit	komezál	mutuál (symbióza)

# Společenstva 3 a více populací



- Opět vyjdeme ze stejné rovnice (diskrétní a spojitě) pro růst populace  $i$ :

$$N_i(t + h) = N_i(t) + r_i \cdot N_i(t) \cdot h, N_i(0) = N0_i$$

- Vzájemné ovlivňování populací budeme modelovat tak, že růstový koeficient  $i$ -té populace  $r_i$  závisí na velikostech všech populací tvořících společenstvo (včetně  $i$ -té), tedy:

$$r_i = r_i(N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_n), i \in \{1, \dots, n\}$$

- Pokud budeme předpokládat lineární závislost:

$$r_i = a_i + \sum_{j=1}^n b_{i,j} \cdot N_j$$

- půjde o systém tzv. Lotka-Volterrových rovnic.

# Společenstva 3 a více populací



- Interpretace koeficientů  $a_i$ ,  $b_{i,j}$  je následující:
  - $a_i$ : vnitřní koeficient růstu  $i$ -té populace. Pokud  $a_i > 0$ , izolovaná  $i$ -tá populace by v daném prostředí rostla,  $a_i < 0$ , izolovaná  $i$ -tá populace by v daném prostředí vymírala.
  - $b_{i,i}$ : síla vnitrodruhové konkurence nebo kooperace. Pokud  $b_{i,i} < 0$ , jedná se o vnitrodruhovou konkurenci, pokud  $b_{i,i} > 0$ , jedná se o vnitrodruhovou kooperaci.
  - $b_{i,j}$ : síla vlivu  $j$ -té populace na růst  $i$ -té.
    - $b_{i,j} > 0$  . . .  $j$ -tá populace je komensálem  $i$ -té,
    - $b_{i,j} < 0$  . . .  $j$ -tá populace je amensálem  $i$ -té,
    - $b_{i,j} = 0$  . . .  $j$ -tá populace je k  $i$ -té neutrální.

# Model konkurence tří populací



- $$N_1'(t) = N_1(t) \cdot \left( \alpha_1 + \beta_{1,1} \cdot N_1(t) + \beta_{1,2} \cdot N_2(t) + \beta_{1,3} \cdot N_3(t) \right),$$
$$N_2'(t) = N_2(t) \cdot \left( \alpha_2 + \beta_{2,1} \cdot N_1(t) + \beta_{2,2} \cdot N_2(t) + \beta_{2,3} \cdot N_3(t) \right),$$
$$N_3'(t) = N_3(t) \cdot \left( \alpha_3 + \beta_{3,1} \cdot N_1(t) + \beta_{3,2} \cdot N_2(t) + \beta_{3,3} \cdot N_3(t) \right),$$

$$N_1(0) = N0_1,$$

$$N_2(0) = N0_2,$$

$$N_3(0) = N0_3,$$

- Řešte model pro:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$$

$$\beta_{1,1} = \beta_{2,2} = \beta_{3,3} = -0,01$$

$$\beta_{1,2} = \beta_{2,3} = \beta_{3,1} = -0,015$$

$$\beta_{2,1} = \beta_{3,2} = \beta_{1,3} = -0,003$$

# Model konkurence tří populací (1 predátor)



- $$N_1'(t) = N_1(t) \cdot \left( \alpha_1 + \beta_{1,1} \cdot N_1(t) + \beta_{1,2} \cdot N_2(t) + \beta_{1,3} \cdot N_3(t) \right),$$
$$N_2'(t) = N_2(t) \cdot \left( \alpha_2 + \beta_{2,1} \cdot N_1(t) + \beta_{2,2} \cdot N_2(t) + \beta_{2,3} \cdot N_3(t) \right),$$
$$N_3'(t) = N_3(t) \cdot \left( \alpha_3 + \beta_{3,1} \cdot N_1(t) + \beta_{3,2} \cdot N_2(t) + \beta_{3,3} \cdot N_3(t) \right),$$

$$N_1(0) = N_{01},$$

$$N_2(0) = N_{02},$$

$$N_3(0) = N_{03},$$

- Řešte model pro:

$$\alpha_1 = 1; \alpha_2 = 2; \alpha_3 = -1,5$$

$$\beta_{1,1} = \beta_{2,2} = -0,005; \beta_{3,3} = 0$$

$$\beta_{1,2} = -0,0001; \beta_{2,3} = -0,02; \beta_{3,1} = 0,03$$

$$\beta_{2,1} = -0,01; \beta_{3,2} = 0,002; \beta_{1,3} = -0,03$$