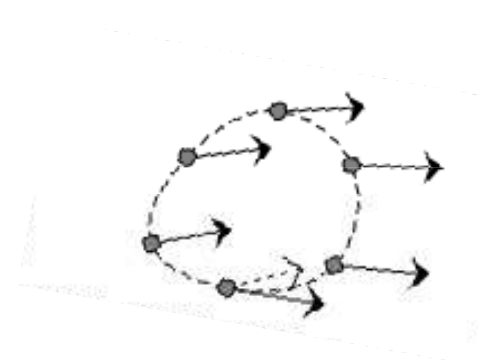
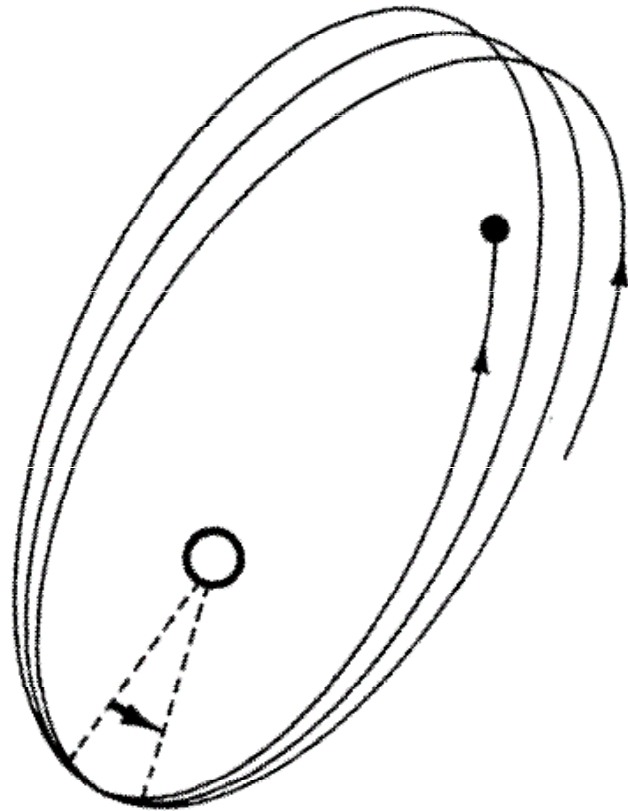
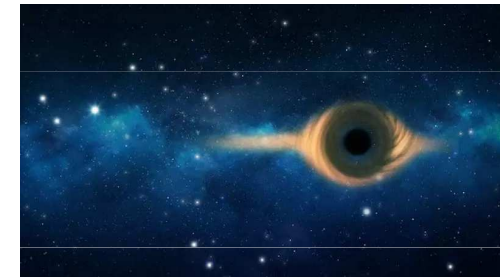
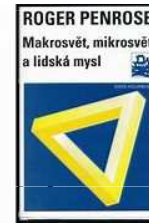
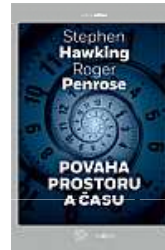
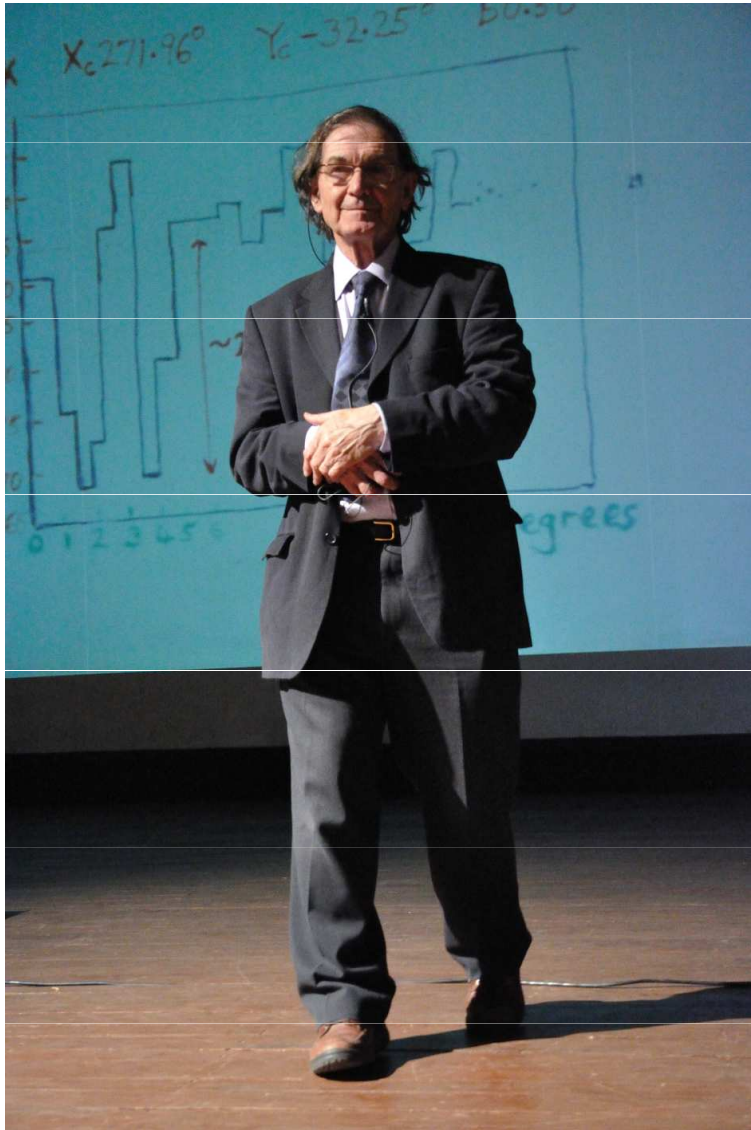


# Relativita a kosmologie



# Radostný podzim 2020



- Švédská akademie věd udělila Nobelovu cenu za fyziku třem fyzikům za jejich objevy v oblasti černých děr.
- Polovina Nobelovy ceny putuje k britskému matematickému fyzikovi Rogeru Penrosovi za jeho důkaz vzniku černých děr v rámci obecné teorie relativity.
- Druhá část ceny míří k německému vědci Reinhardu Genzelovi a Američance Andree Ghezové za jejich objev supermasivní černé díry v centru naší galaxie.



# Isaac Newton (1642-1726)

*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687

- Dynamické zákony  $F = ma$
- Všeobecná gravitace  $F = GMm/r^2$
- Relativní a absolutní pohyb, prostor, čas
- Aproximace rozměrů sluneční soustavy (Cassini, 1672)
- Konečná rychlost světla (Ole Rømer, 1676)

## Newtonovská kosmologie

- Vesmír vždy existoval.
- Stacionární vesmír se nemění jako celek.
- Metrický prostý eukleid. prostor a čas nekonečný.
- Prostor izotropní a homogenní.

# Kosmologické modely v rámci Newtonovské fyziky

- Předpoklady: homogenita, izotropie, Newtonovy zákony, gravitační zákon

$$m \cdot \ddot{r} = -\frac{GmM}{r^2}$$

$$r = r_0 \cdot R(t) \quad R(t_0) = 1$$

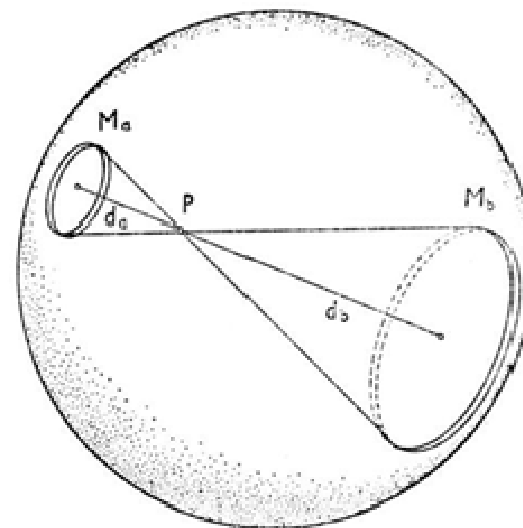
$$\ddot{R} = -\frac{4}{3}\pi\rho_0 G \frac{1}{R^2}$$

$$\frac{1}{2}m \cdot (\dot{r})^2 - \frac{GmM}{r} = E$$

škálový faktor, expanzní fce

$$(\dot{R})^2 - \frac{8\pi\rho_0 G}{3} \cdot \frac{1}{R} + k = 0$$

$$v = \dot{r} = \frac{\dot{R}}{R} \cdot r = H \cdot r$$



**Cílem** je získat funkci  **$R=R(t)$**  čili časový průběh rozpínání vesmíru

## Obecnější model s kosmologickým členem

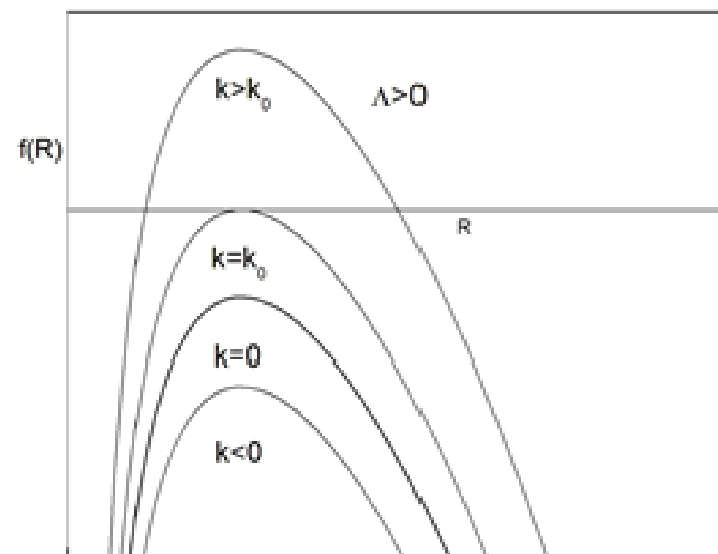
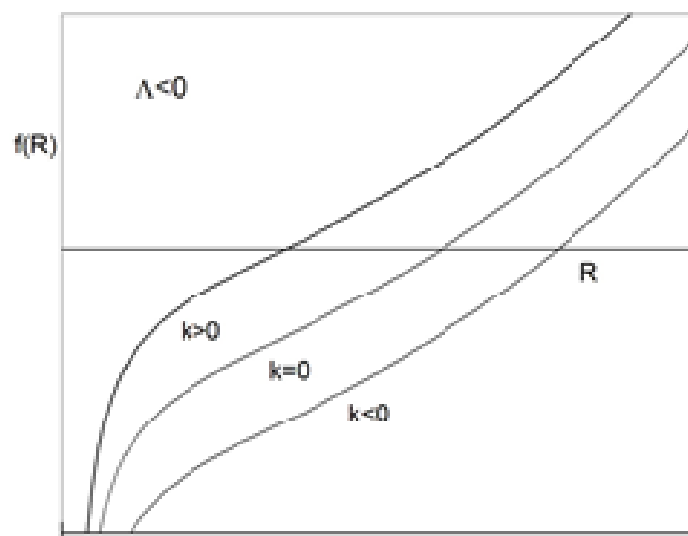
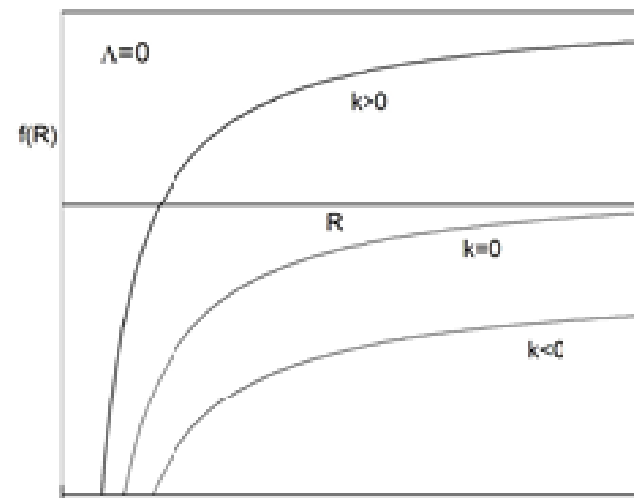
$$m \cdot \ddot{r} = -\frac{GmM}{r^2} + \frac{1}{3}m\lambda r$$

$$\ddot{R} = -\frac{2C}{R^2} + \frac{1}{3}\lambda R; \quad C = \frac{8}{3}\pi\rho_0 G \geq 0$$

$$(\dot{R})^2 + f(R) = 0; \quad f(R) = -\frac{C}{R} + k - \frac{1}{3}\lambda R^2$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{c^2} \quad K = \frac{k}{R^2}$$

závislost škálového faktoru na čase pro různé scénáře



# Speciální teorie relativity (STR) – Einstein 1905

## Principy:

### 1. První postulát (princip relativity)

Ve všech inerciálních vztažných soustavách probíhají fyzikální děje stejně (platí pro ně stejné fyzikální zákony).

### 2. Druhý postulát (neměnnost $c$ )

Rychlost světla ve vakuu je ve všech inerciálních vztažných soustavách stejná.

$$ds^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad \eta_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Geometrické vyjádření STR - Minkowskiho prostoročas

# Prostoročas

Tři základní pojetí:

Newton (17.století)

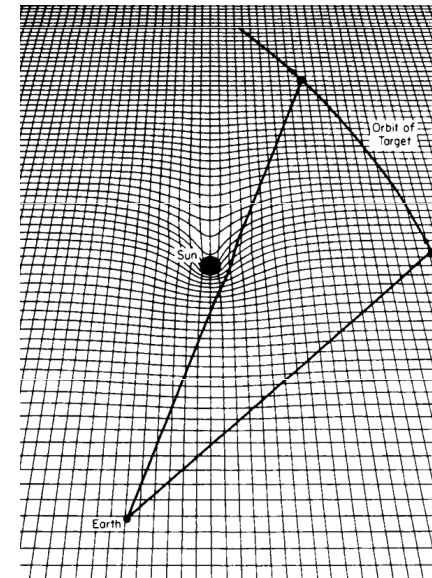
Hmota  $\leftarrow$  Prostor + Čas

Einstein STR (1905)

Hmota  $\leftarrow$  Prostoročas

Einstein OTR (1915)

Hmota  $\leftrightarrow$  Prostoročas



Teorie relativity se zabývá geometrií prostoročasu  
a důsledky, které z toho plynou pro fyziku

# Metrika

Metrika vyjadřuje vzdálenosti (intervaly) v čtyřrozměrném prostoru událostí

souřadnice  $x^0, x^1, x^2, x^3$

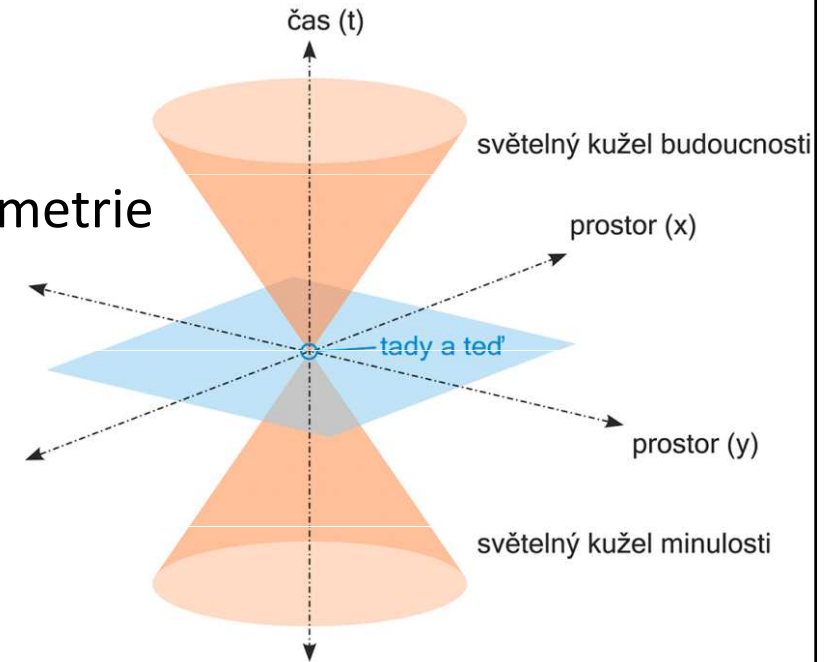
Kvadrát intervalu v Minkowskiho souřadnicích  
v nezakřiveném prostoru – pseudoeukleidovská geometrie

$$s^2 = c^2 t^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

v křivočarých souřadnicích:

$$ds^2 = \sum g_{ik}(x^j) dx^i dx^k$$

metrické koeficienty  
(10 fcí souřadnic)



Délka světočáry spojující události A, B (v časových jednotkách)

$$\tau = \frac{1}{c} \int_A^B ds$$

$\tau$  se měří ideálními hodinami

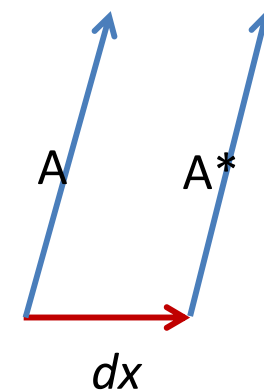


# Konexe

pravidlo pro paralelní přenos vektorů mezi různými body

$$A^{i*} = A^i - \Gamma_{kl}^i A^k dx^l$$

složky konexe



Geodetická (nejpřímější) čára má rovnici:

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0$$

## Souvislost metriky a konexe

V relativistické fyzice nejpřímější = nejdelší

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{is} \left( \frac{\partial g_{sk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{sl}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^s} \right) = \Gamma_{lk}^i \quad (40 \text{ fcí souřadnic})$$

inverzní matice ke  $g_{ik}$

Veličiny  $\Gamma$  charakterizují zakřivení souřadnic, nikoliv samotného prostoročasu. Fyzikální význam – síly působící na volnou částici.

Einsteinova *nejšťastnější* myšlenka: setrvačné a gravitační síly jsou totožné: pohyby částic jsou geodetikami v nezakřiveném i zakřiveném prostoročase

# Křivost

$$\Delta C^i = R^i{}_{jkl} A^j B^k C^l$$

rozdíl mezi přenesenými vektory

$$R^i{}_{jkl} = \frac{\partial \Gamma^i{}_{lj}}{\partial x^k} - \frac{\partial \Gamma^i{}_{jk}}{\partial x^l} + \Gamma^i{}_{ks} \Gamma^s{}_{jl} - \Gamma^i{}_{ls} \Gamma^s{}_{jk}$$

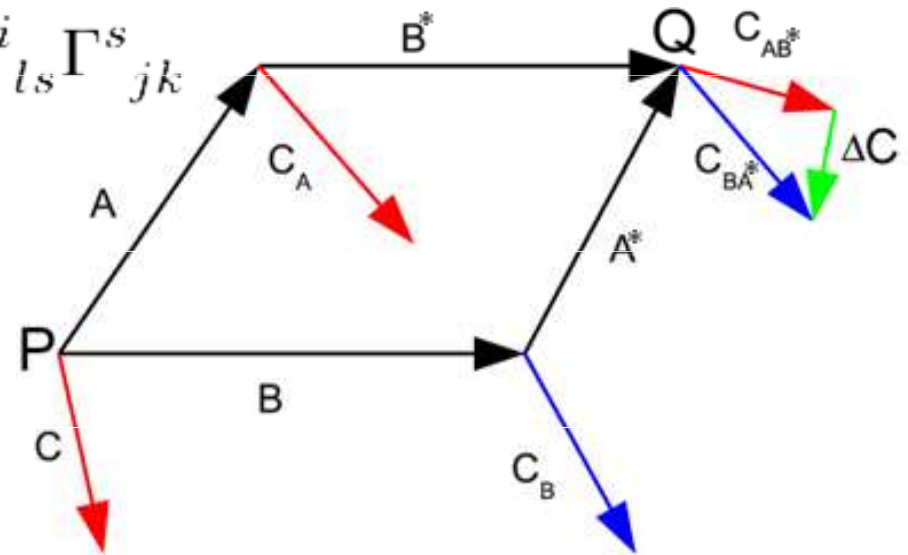
Riemannův tenzor křivosti

$$R_{jl} = R^i{}_{jil}$$

Ricciho tenzor

$$R = g^{jl} R_{jl}$$

Skalární křivost



Nenulovost tenzoru křivosti, t.j. křivost prostoročasu má za následek sbíhání a rozbíhání geodetických čar, slapové jevy (přílivy a odlivy).

Gravitace je zakřivení prostoročasu působené hmotami a jejich pohybem.

# STR, OTR, Einsteinovy rovnice

STR - nezakřivený prostoročas, metrika v Minkowskiho souřadnicích, t.j. v inerciálních soustavách spojených Lorentzovou transformací

OTR - obecně zakřivený prostoročas, metrika závisí na souřadnicích, Einsteinovy rce spojují geometrii s hmotou

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} - \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

tenzor energie hybnosti

**Metaprincip STR:** Ve všech inerciál.soustavách mají fyzikální zákony stejný tvar. V neinerc.soustavách je vyjádření fyz.zákonů složitější.

**Metaprincip OTR:** Fyzikální zákony mají stejný tvar **ve všech soustavách**. Metrické koeficienty se považují za proměnné, ovlivněné chováním hmoty.

OTR se dnes chápe jako Einsteinova teorie gravitace.

OTR přechází v STR v malém okolí události.

Analogie přechodu mezi neeukleidovskou a eukleidovskou geometrií

# FLRW metrika

homogenní a izotropní vesmír

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) d\Sigma^2$$

$$d\Sigma^2 = \frac{1}{1 - \frac{k}{4}(x^2 + y^2 + z^2)} (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

$k =$	+1	Riemann
	0	Eukleides
	-1	Lobačevskij

## Základní modely:

Einsteinův statický vesmír	$p = 0, \lambda \neq 0, \rho \neq 0, k = 1$	$R = 1$
<u>de Sitterův stacionární vesmír</u>	$p = 0, \lambda \neq 0, \rho = 0, k = 0$	$R = e^{t\sqrt{\frac{\lambda}{3}}}$
Friedmannův (obecně)	$p = 0, \lambda, \rho, k$ libovolné	
Einstein-de Sitterův vesmír	$p = 0, \lambda = 0, \rho \neq 0, k = 0$	$R = t^{\frac{2}{3}}$
Milneho vesmír	$p = 0, \lambda = 0, \rho \neq 0, k = -1$	$R = t$
$\Lambda$ -CDM vesmír	$p = 0, \lambda \neq 0, \rho = 0, k = 0$	$R = \sinh^{\frac{2}{3}}\left(\frac{\sqrt{3\lambda}}{2}t\right)$

# Teoretické charakteristiky

$\rho$  hustota hmotnosti vesmíru

$K = \frac{k}{R^2}$  křivost prostoru (3D)

$\lambda$  kosmologická konstanta

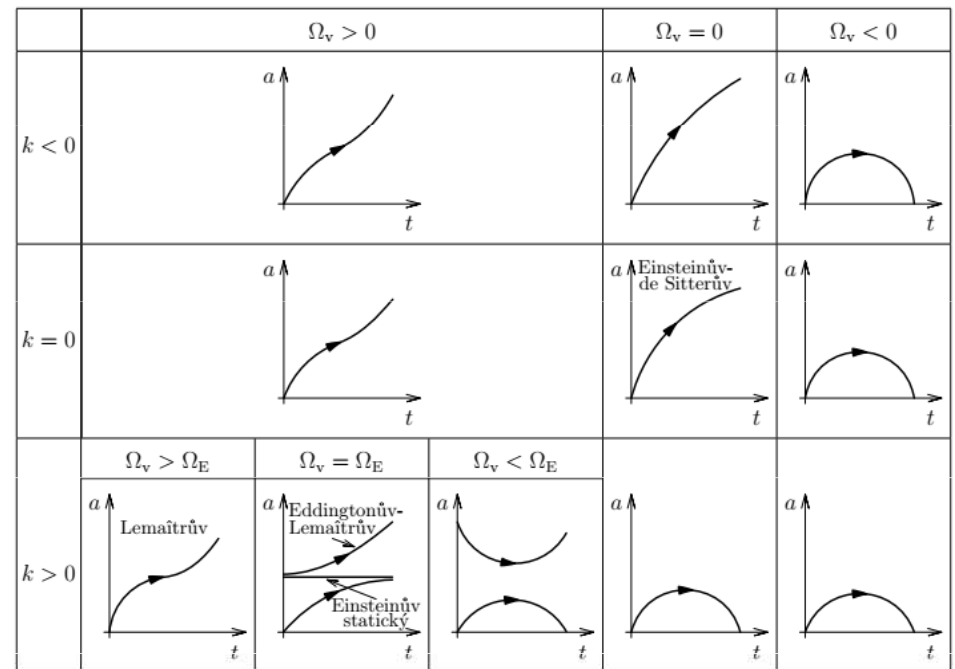
# Observační parametry

$$\Omega = \frac{8\pi G (\rho + \rho_\lambda)}{3H^2} \quad \rho_\lambda = \frac{\lambda}{8\pi G}$$

parametr hustoty

$$H = \frac{dR}{dt} \quad \text{Hubbleova konstanta}$$

$$q = -\frac{d^2R}{RH^2} \quad \text{decelerační parametr}$$



Obr. 3.17: Klasifikace Friedmannových kosmologických modelů (zpracováno podle [8, 129])

Dnes uznávané hodnoty

$$\rho = 9,5 \cdot 10^{-27} \text{ kgm}^{-3}$$

$$H = 70 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}$$

$$q = -0,35$$

$$\Omega = 1.0023 \pm 0,0055$$

$$\rho + \rho_\lambda = \rho_{krit}$$

$$\rho_{krit} = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

$$\frac{\rho_{bar}}{\rho_{krit}} = 0,04$$

$$\frac{\rho_{tem}}{\rho_{krit}} = 0,23$$

$$\frac{\rho_\lambda}{\rho_{krit}} = 0,74$$

$$\frac{\rho_\lambda}{\rho_{krit}}$$

$$\frac{\rho_\lambda}{\rho_{krit}} = 0,74$$

$$\frac{\rho_\lambda}{\rho_{krit}}$$

# Schwarzschildovo řešení Einsteinových rovnic v okolí sféricky symetrického hmotného objektu.



Time Dilation

Radial Length Contraction

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{R_s}{r}\right)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Invariant Line Element

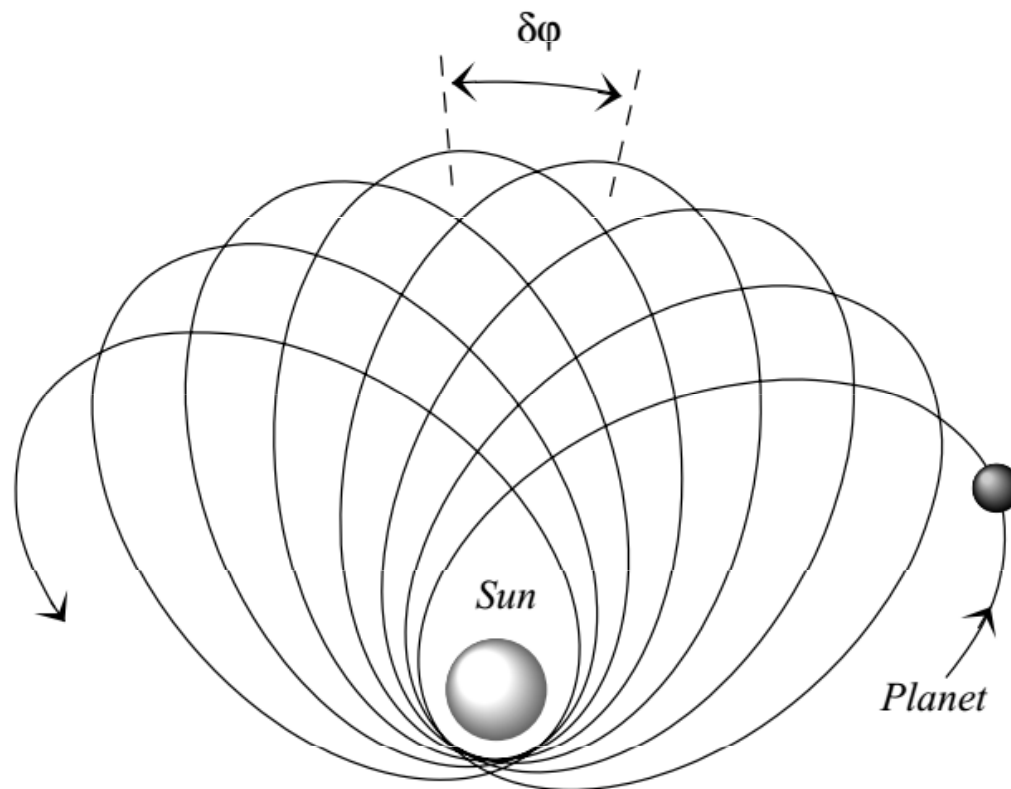
Schwarzschild Radius

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

# Proč věříme TR, základní testy OTR

## 1. Stáčení orbit oběžnic

Merkur (Le Verrier, 1859) asi o 43" za století rychleji než odpovídá Newton.zákonu. OTR pozorovanou hodnotu vysvětlila (1 %).  
Dnes potvrzeno u řady jiných objektů.



*Per century:*

*Mercury:* 43".03

*Venus:* 8".3

*Earth:* 3".8

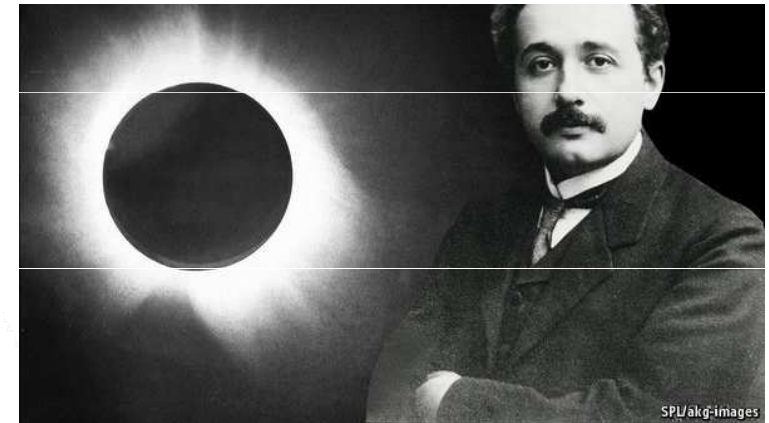
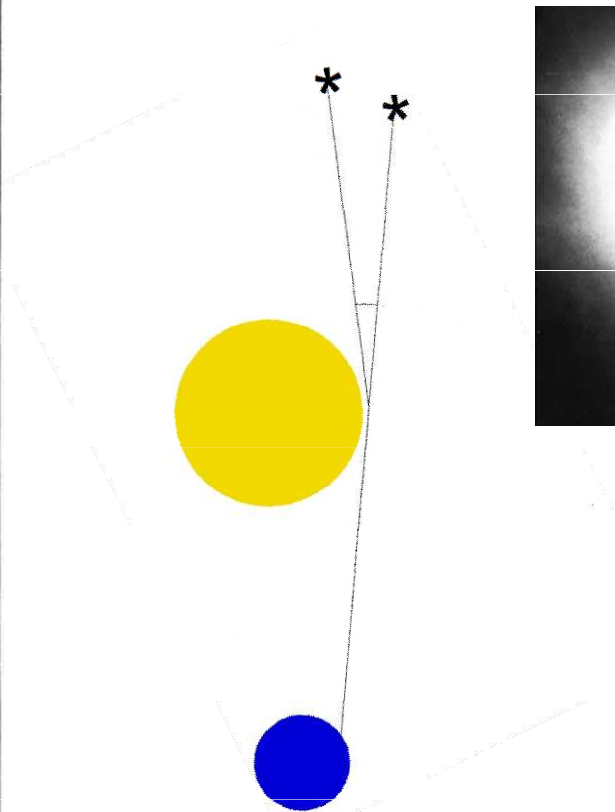
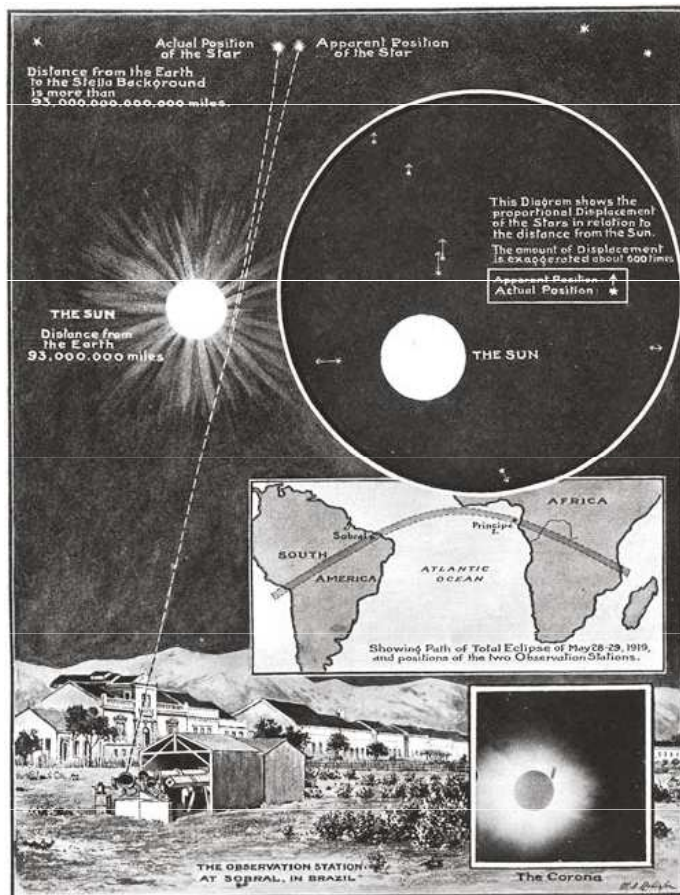
# Základní testy OTR

## 2.Ohyb světla v gravitačním poli

Einstein (1915) odchylna polohy hvězdy na okraji disku Slunce 1,75“

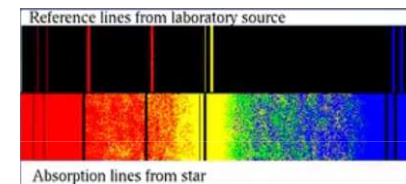
Zatmění 1919: A. Eddington (1,6 ÷ 2,0)“.

Dnes je k dispozici mnohem více přesnějších dat.





# Základní testy OTR



## 3. Gravitační červený posuv

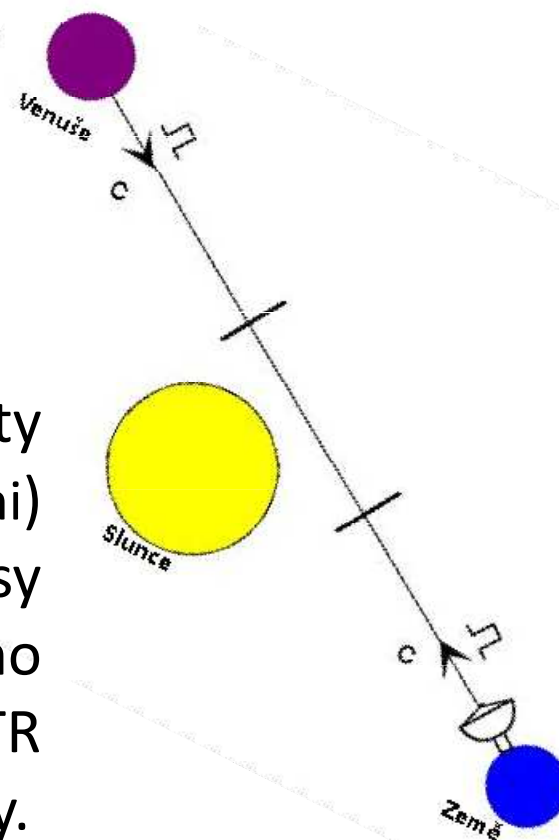
Rozdíl potenciálu gravitačního pole posouvá spektrální čáry k červenému konci spektra, pro povrch Slunce ☼  $z = 2,1 \cdot 10^{-6}$ .

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

Předpověď potvrdil Pound-Rebka (1959) experiment

## 4. Shapirovo zpoždění v silném gravitačním poli

Shapiro (1964): ve chvíli, kdy se vnitřní planety (Merkur a Venuše) nacházejí (pro pozorovatele na Zemi) poblíž konjunkce se Sluncem, probíhají rádiové pulsy ze Země při cestě tam i zpět oblastmi silného gravitačního potenciálu Slunce a jsou ve shodě s OTR zpožděny o měřitelnou hodnotu řádu 0,1 milisekundy.

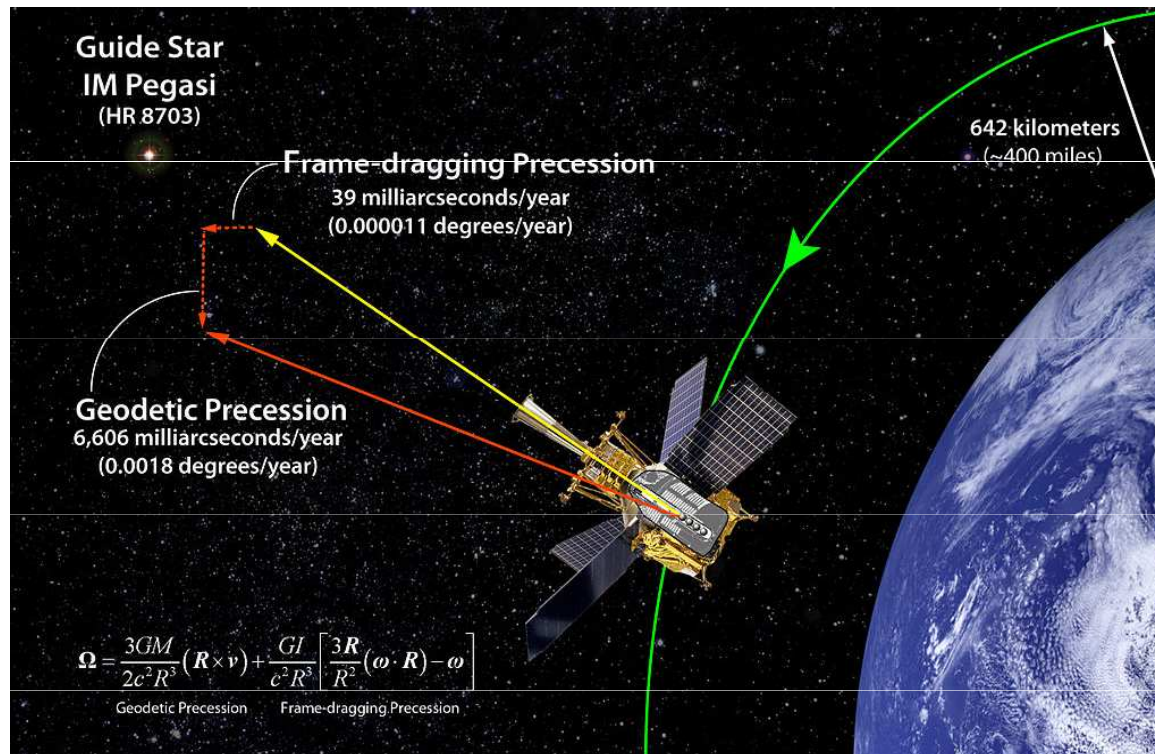


# Základní testy OTR

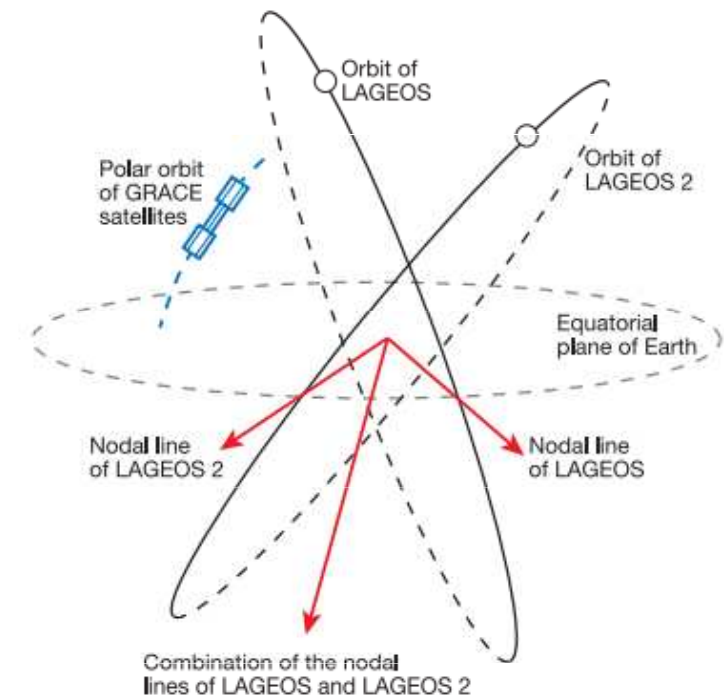
## 5. Zakřivení prostoročasu v okolí Země

Družice Gravity Probe-B, satelity LAGEOS - dva efekty OTR

- geodetická precese
- efekt LenseůvThirringův – strhávání IS



2004-2011



2012 - 2015

# Čas v Teorii relativity

2 významy času v TR:

Souřadnicový čas  $t$  – časová souřadnice události

Vlastní čas  $\tau$  - délka světočáry sledovaného objektu

$$d\tau = \frac{ds}{c} = \frac{\sqrt{g_{ik} dx^i dx^k}}{c} = \sqrt{\left( \sqrt{1 + \frac{2\varphi}{c^2}} - \frac{\vec{\gamma}\vec{u}}{c} \right)^2 - \frac{u^2}{c^2}} dt$$

$$\varphi = \frac{c^2 (g_{00} - 1)}{2} \quad \text{skalární potenciál}$$

$$\gamma_\alpha = \frac{-g_{\alpha 0}}{\sqrt{g_{00}}} \quad \text{vektorový potenciál}$$

$$u^2 = \gamma_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta \quad \text{kvadrát rychlosti objektu} \quad \gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + \gamma_\alpha \gamma_\beta \quad \text{prostorová metrika}$$

$$\vec{a} = -\text{grad}\varphi - c \sqrt{1 + \frac{2\varphi}{c^2}} \frac{\partial \vec{\gamma}}{\partial t} \quad \text{pohybová rovnice}$$

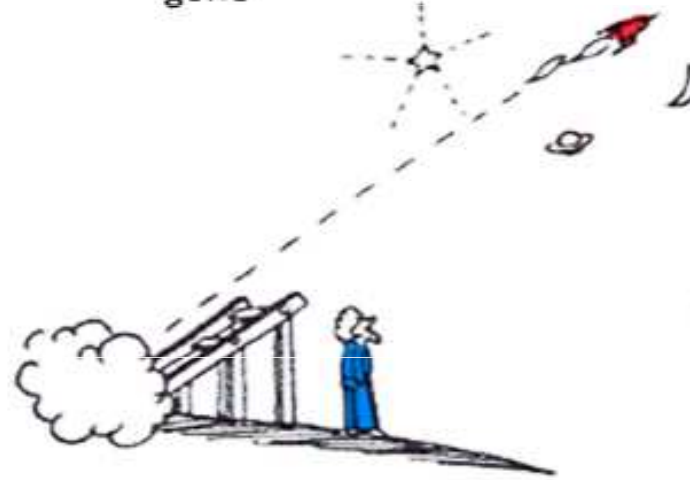
# Paradox hodin

Rozdílná délka světočar spojující události A a B

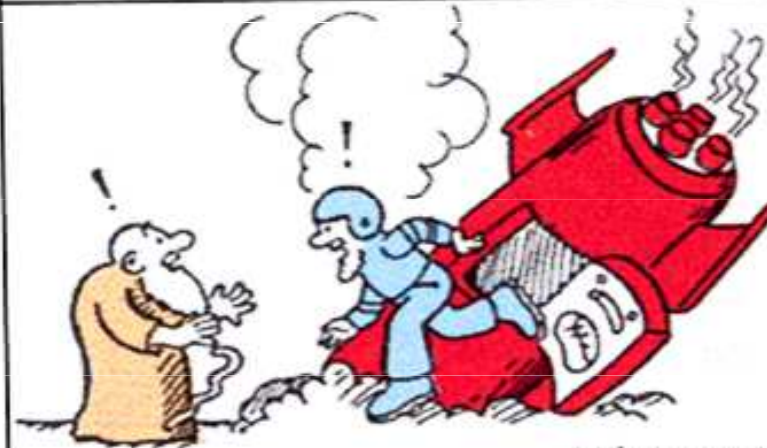
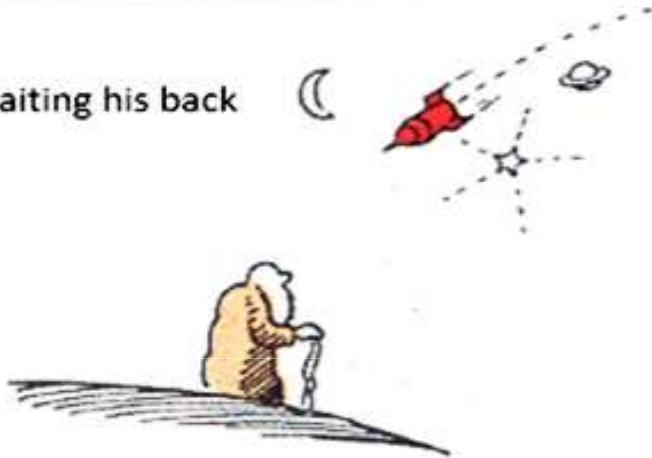
Miko leaves the Earth  
to X planet



Miki is watching his  
gone



Miki is waiting his back



Miko surprises with  
Miki's age

*Paul G. Hewitt*

# Plyne čas?

## Dynamické pojetí času:

Š.Markuš: „Dynamická teorie času prezentuje realitu světa jako neopakovatelnou minulost, pomíjející přítomnost a očekávanou budoucnost“.

## Statické pojetí času:

Eliot: „Čas přítomný a čas minulý jsou snad oba zastoupeny v čase budoucím a čas budoucí je obsažen v čase minulém.“

Je-li všechn čas přítomen věčně, všechn je nevykupitelný“.

## Dilema

Eddington: „Při jakémkoliv pokusu přemostit oblast duchovní a fyzikální zkušenosti zaujímá čas klíčové postavení.“

Einstein: „Prožívání zážitku nemůže zachránit to, co věda popírá.“

Wheeler: „Máme se připravit na to, že se objeví nová stavba základů fyziky, která čas úplně odstraní? Ano, protože čas je opravdu v krizi.“

# A co dál?

Mezi OTR a kvantovou fyzikou je stále nepřekonaná propast

Dva vrcholy fyziky:

Standardní model elementárních částic

Standardní kosmologický model

Podaří se nalézt jejich syntézu?

