

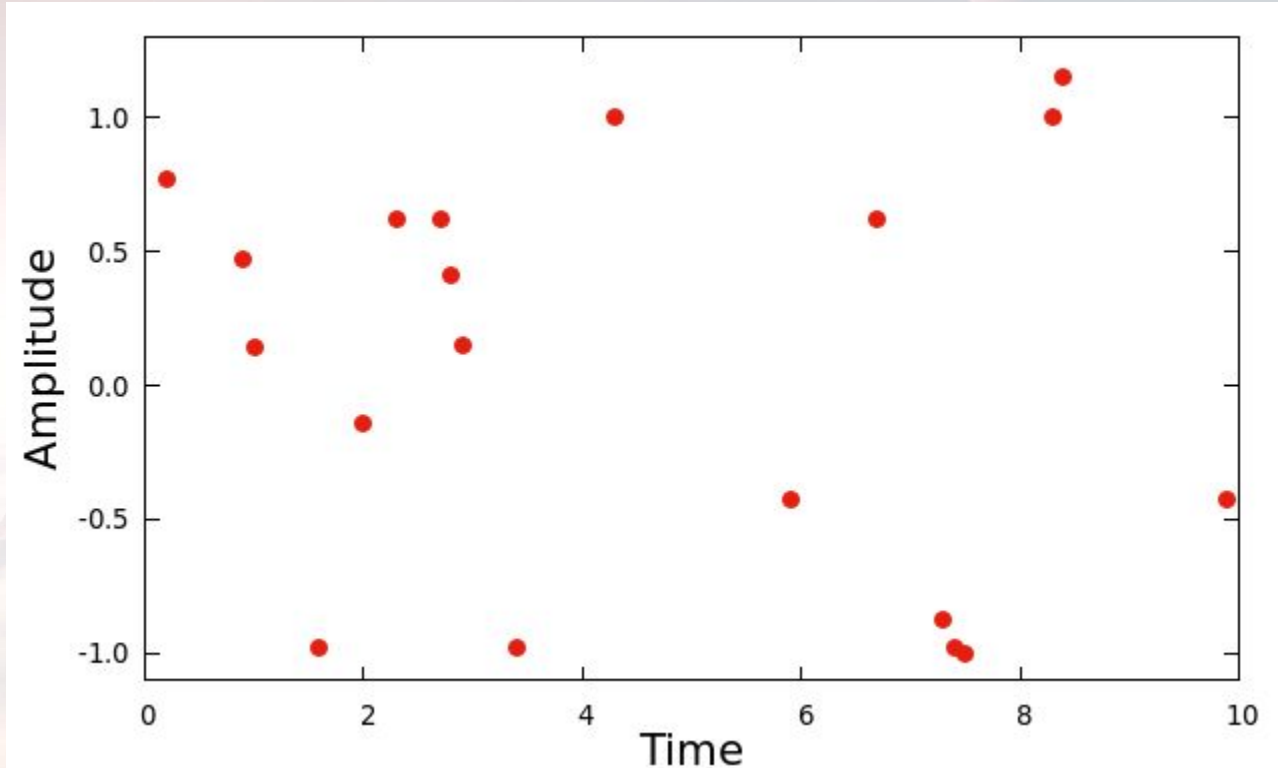
# F7514 Exoplanety

## 3-Dráhy exoplanet, křivka radiálních rychlostí

Marek Skarka

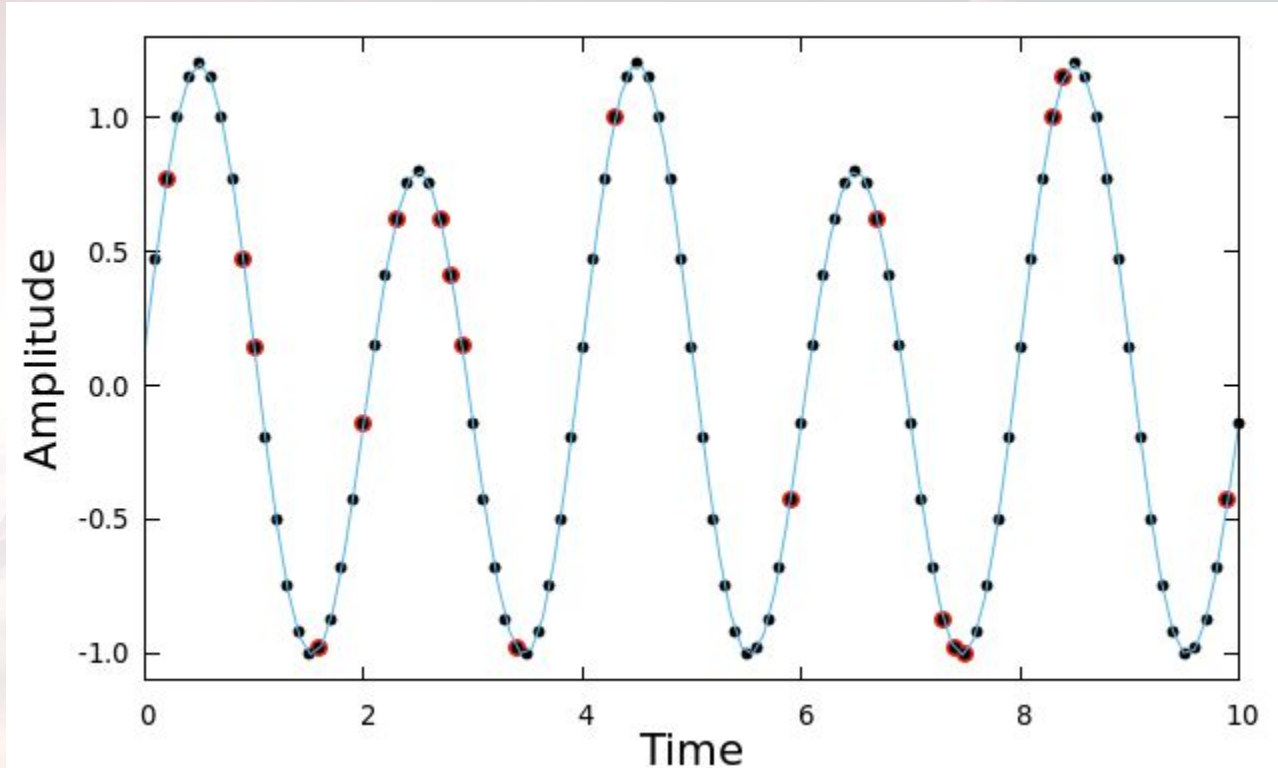
# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



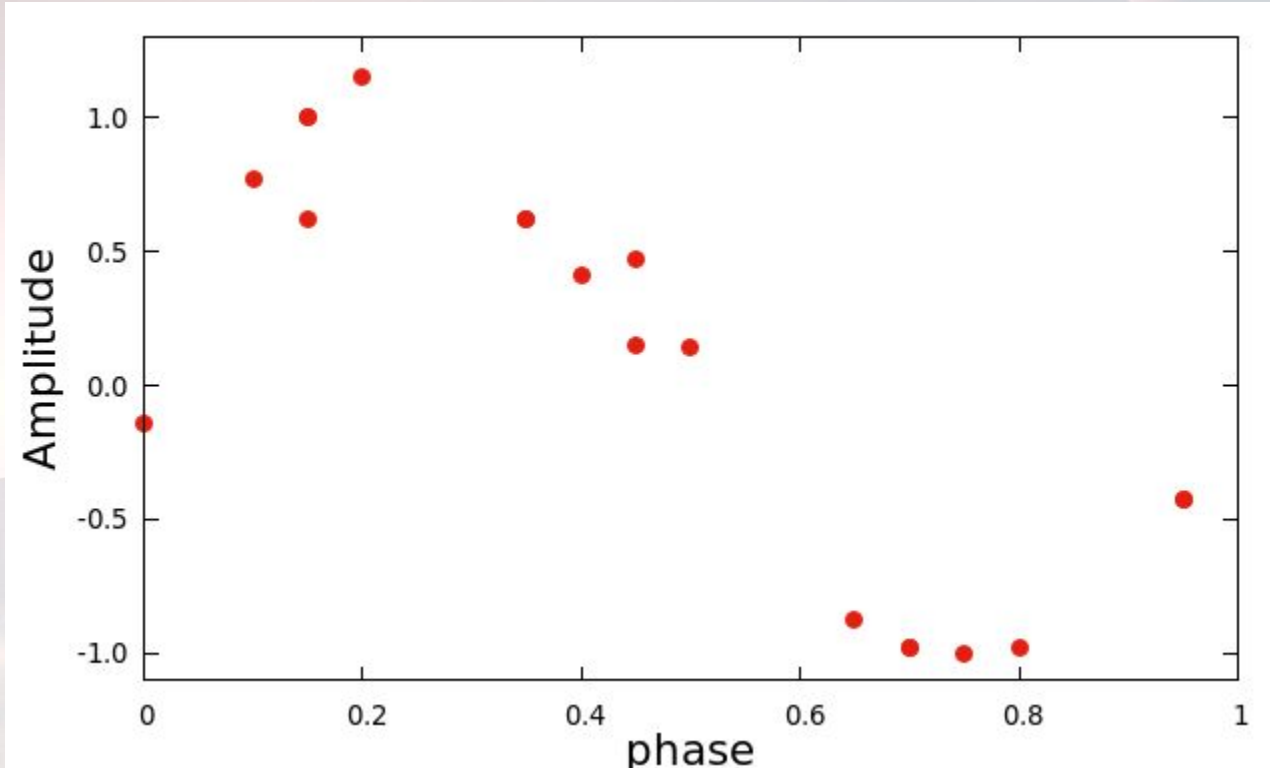
# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

$t$  - čas

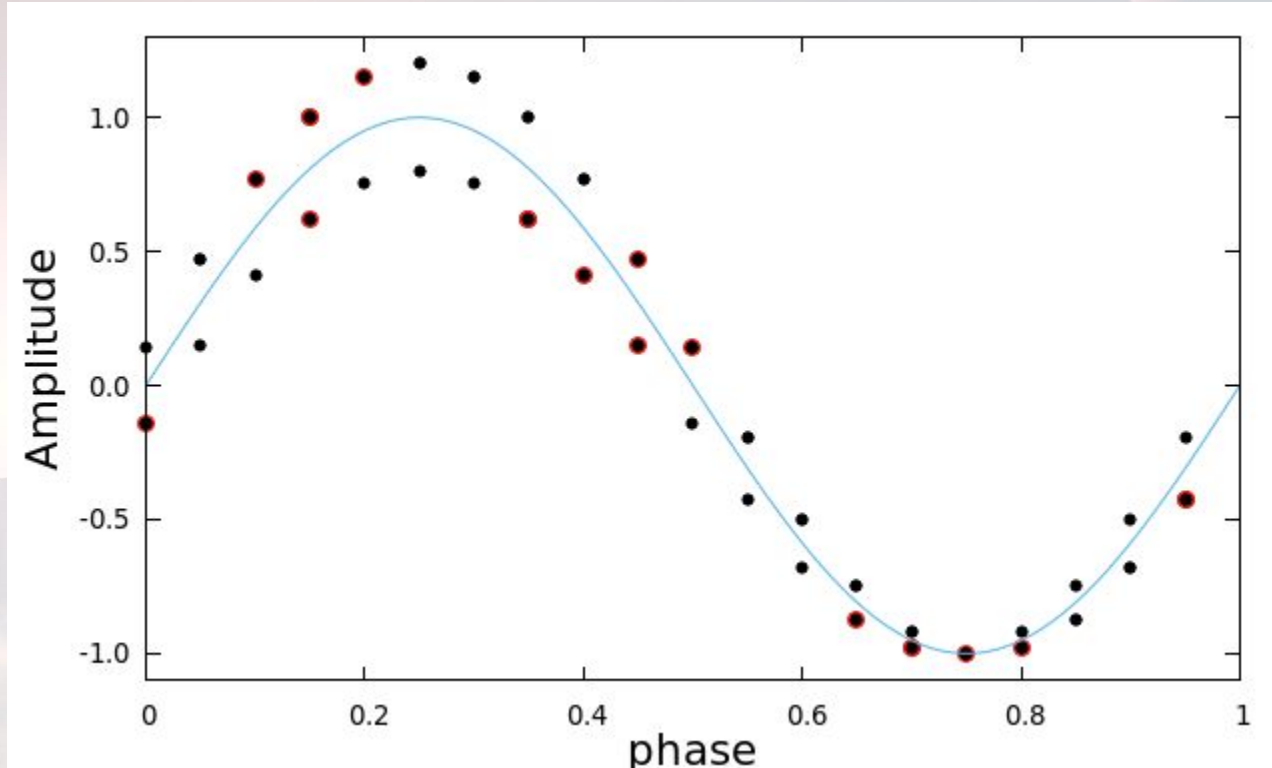
$T_0$  - okamžik počátku  
počítání

$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od  
počátku  $T_0$

# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

$t$  - čas

$T_0$  - okamžik počátku  
počítání

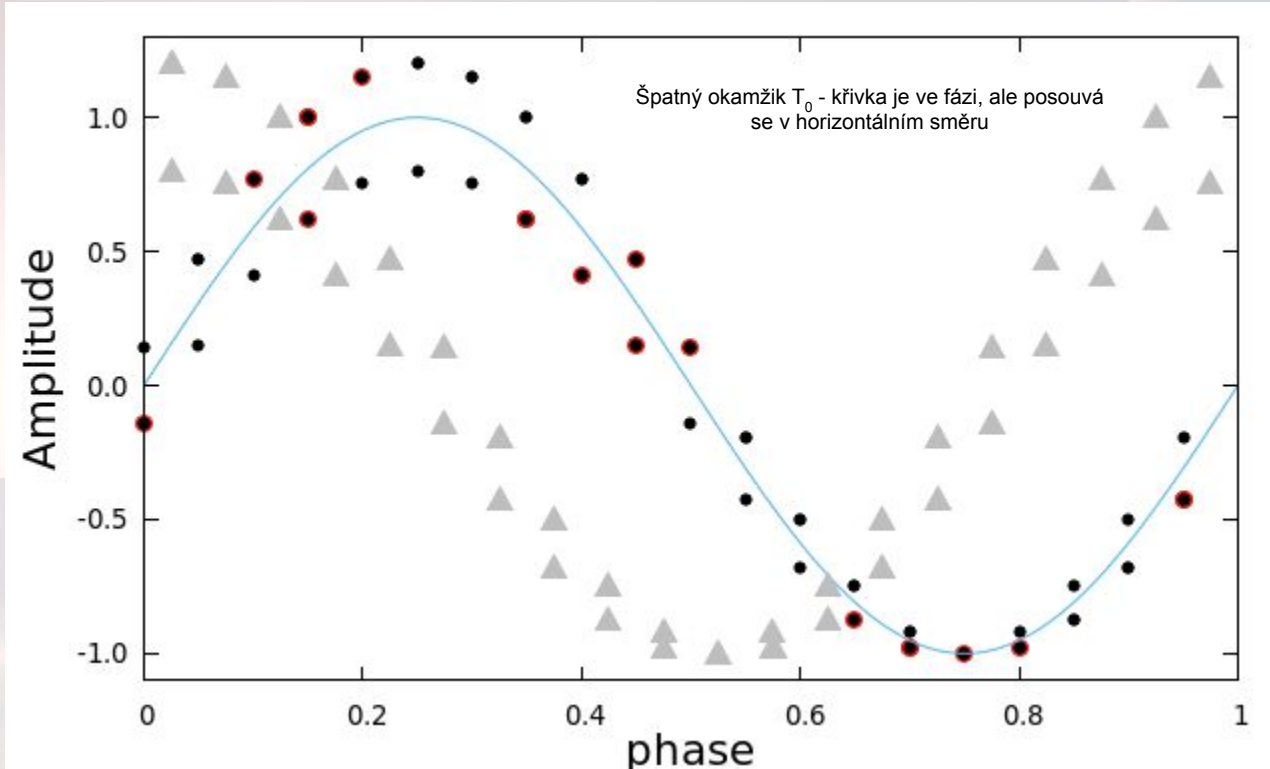
$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od  
počátku  $T_0$



# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

$t$  - čas

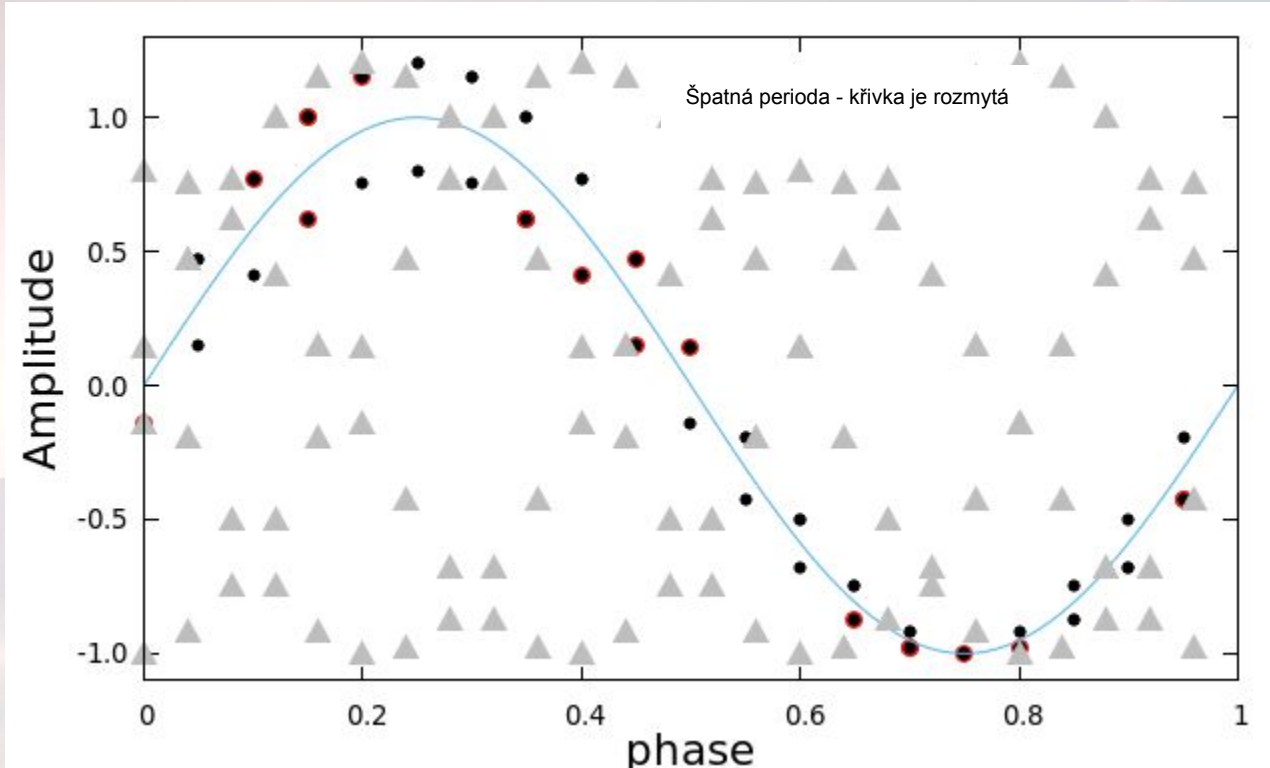
$T_0$  - okamžik počátku počítání

$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od počátku  $T_0$

# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

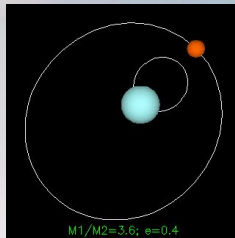
$t$  - čas

$T_0$  - okamžik počátku  
počítání

$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od  
počátku  $T_0$

# Elipsa a její parametry

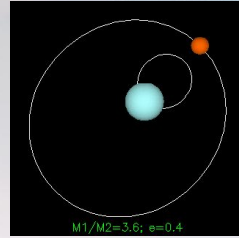
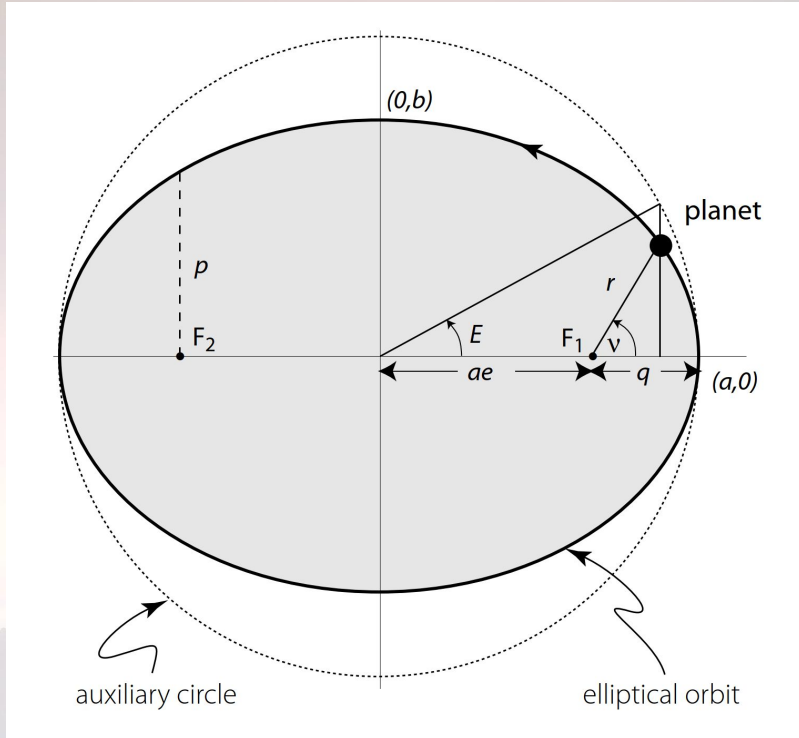


Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní



# Elipsa a její parametry

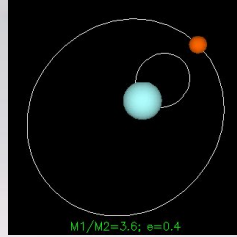
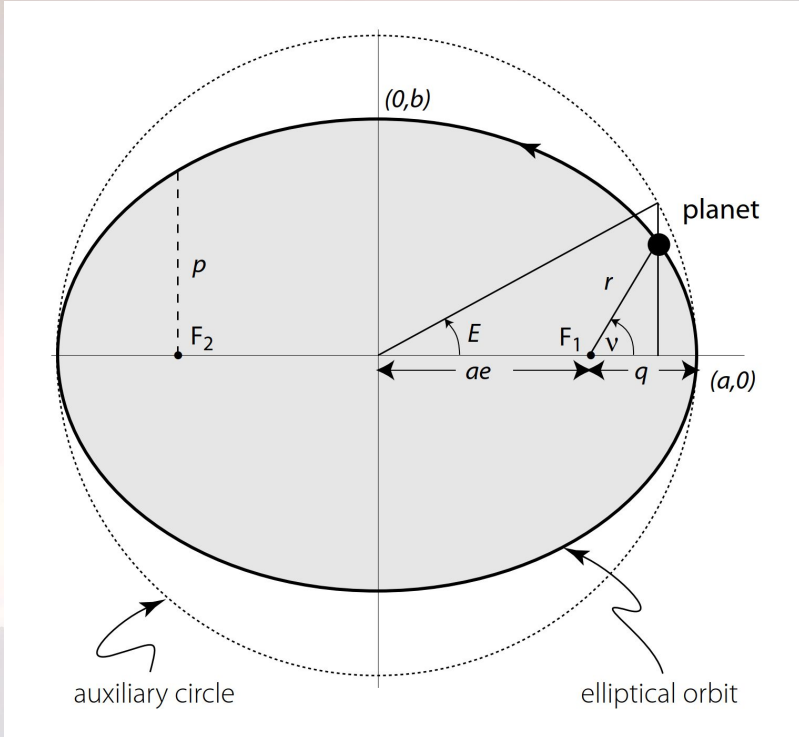


Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní

$F_{1,2}$  - ohniska,  $a$  - velká poloosa;  $b$  - malá poloosa;  
 $e$  - excentricita,  $E$  - excentrická anomálie,  $v$  - pravá anomálie;  
 $r$  - vzdálenost tělesa od primárního ohniska;  
 $q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejbližšího bodu dráhy (pericentrum),  
 $Q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejvzdálenějšího bodu dráhy (apocentrum)

# Elipsa a její parametry



Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}$$

$$b^2 = a^2(1 - e^2)$$

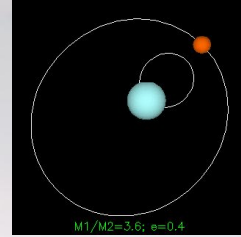
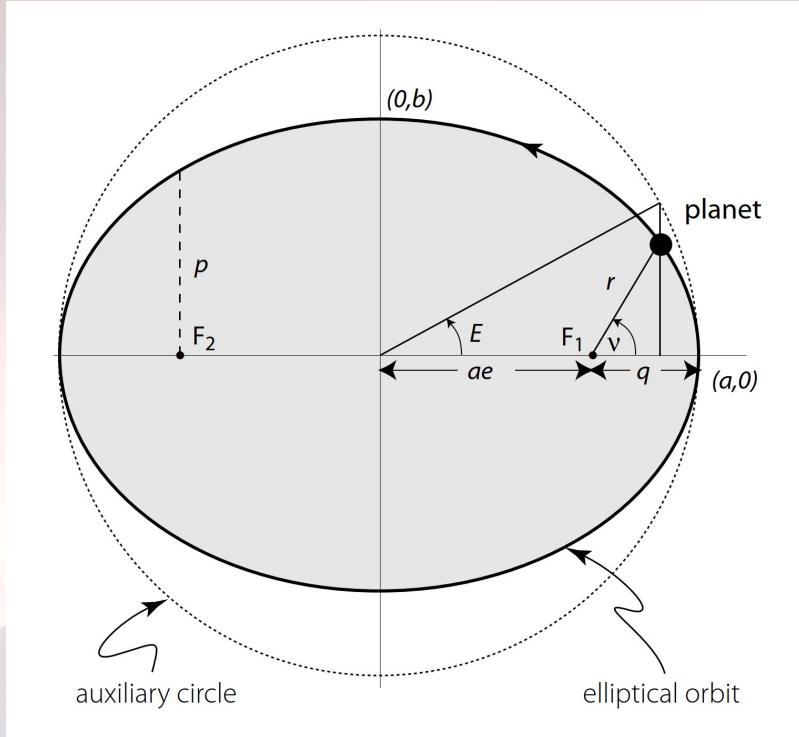
$$q = a(1 - e)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$Q = a(1 + e)$$

$F_{1,2}$  - ohniska,  $a$  - velká poloosa;  $b$  - malá poloosa;  
 $e$  - excentricita,  $E$  - excentrická anomálie;  $\nu$  - pravá anomálie;  
 $r$  - vzdálenost tělesa od primárního ohniska;  
 $q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejbližšího bodu dráhy (pericentrum),  
 $Q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejvzdálenějšího bodu dráhy (apocentrum)

# Elipsa a její parametry



Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}$$

$$b^2 = a^2(1 - e^2)$$

$$q = a(1 - e)$$

$$Q = a(1 + e)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$M(t) = \frac{2\pi}{P}(t - t_p)$$

Střední anomálie

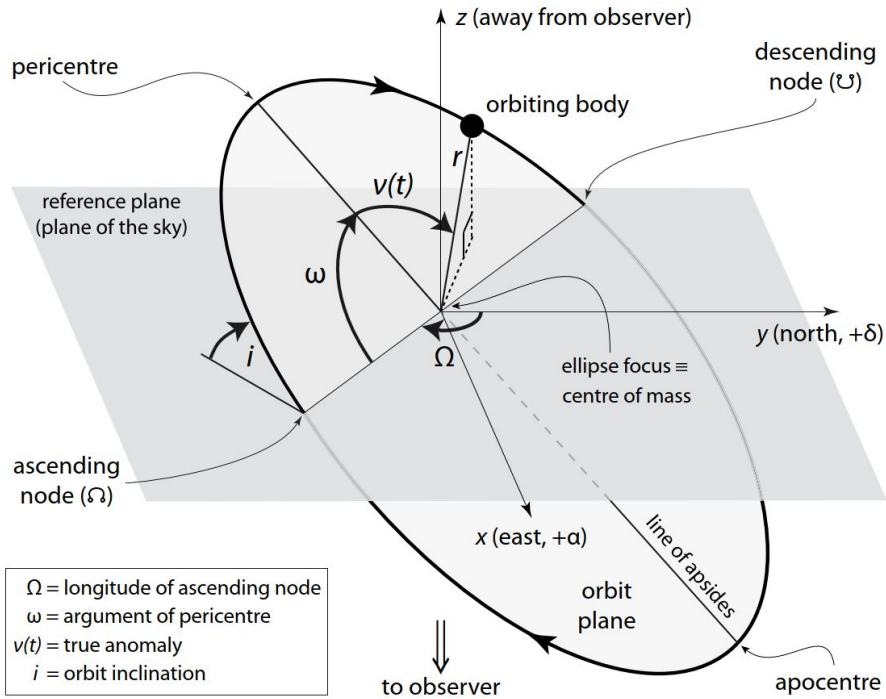
$$M(t) = E(t) - e \sin E(t)$$

$$\cos \nu(t) = \frac{\cos E(t) - e}{1 - e \cos E(t)}$$

$F_{1,2}$  - ohniska,  $a$  - velká poloosa;  $b$  - malá poloosa;  
 $e$  - excentricita,  $E$  - excentrická anomálie;  $\nu$  - pravá anomálie;  
 $r$  - vzdálenost tělesa od primárního ohniska;  
 $q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejbližšího bodu dráhy (pericentrum),  
 $Q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejvzdálenějšího bodu dráhy (apocentrum)



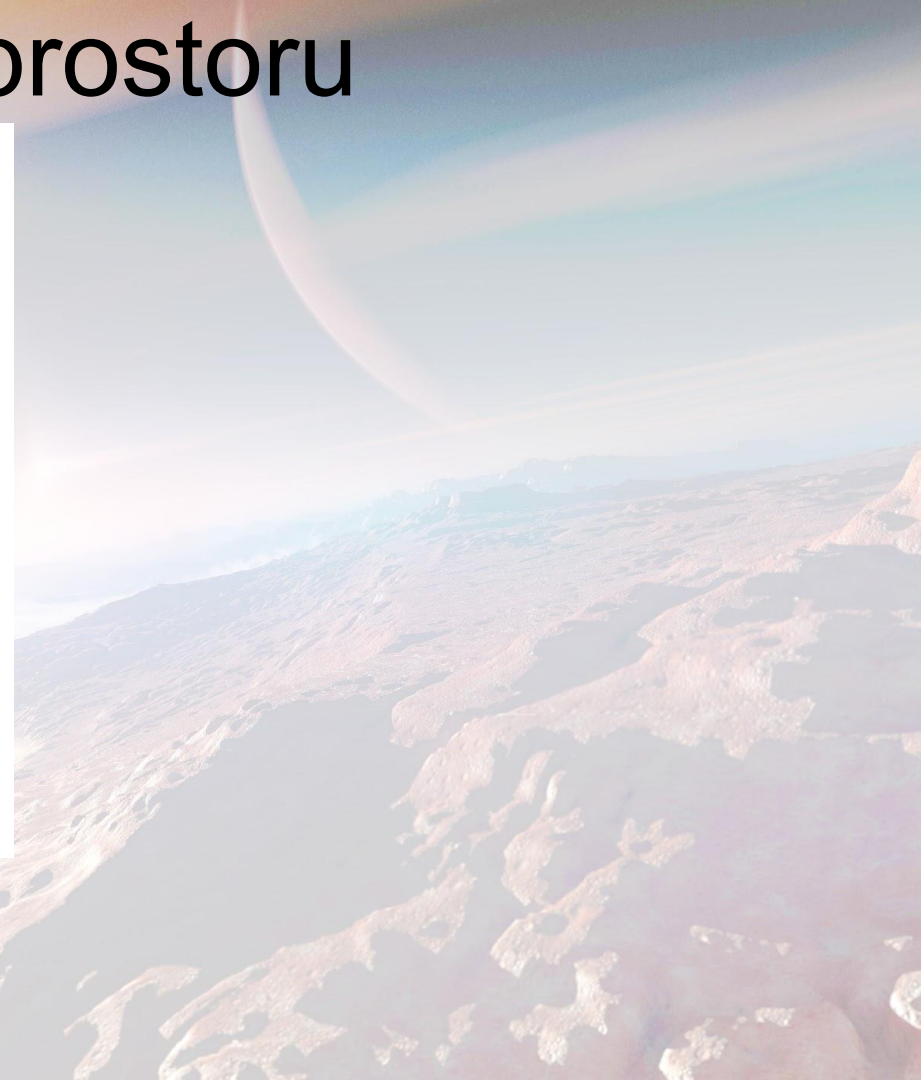
# Dráha v prostoru



$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

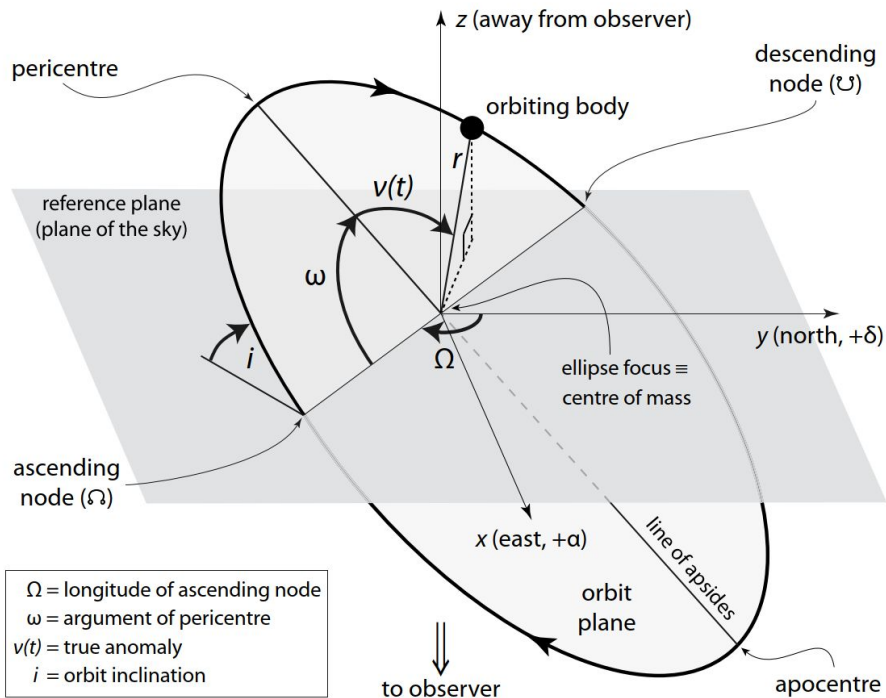
$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní





# Dráha v prostoru



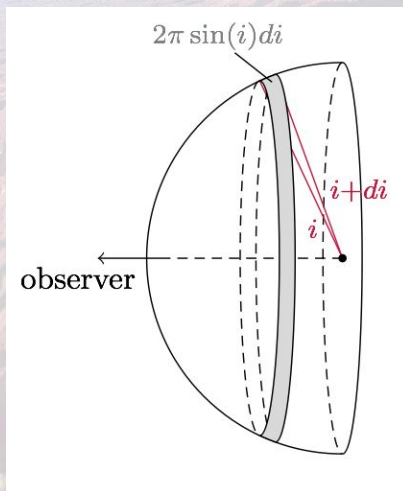
Pravděpodobnost, že bude mít systém inklinaci menší než úhel  $\theta$ :

$$p(i < \theta) = \frac{2 \int_0^\theta p(i) di}{\int_0^\pi p(i) di} = (1 - \cos \theta)$$

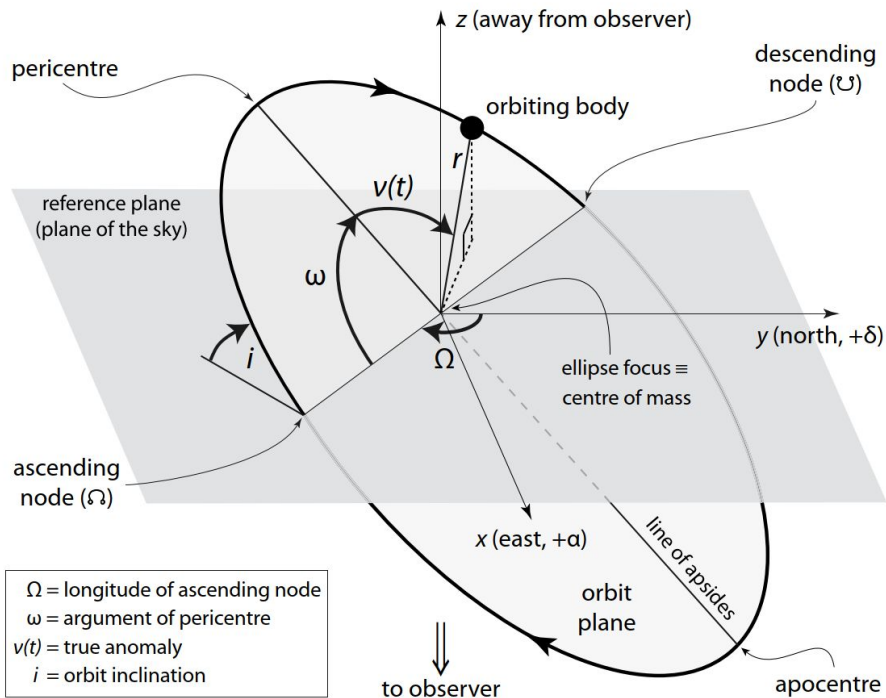
$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní



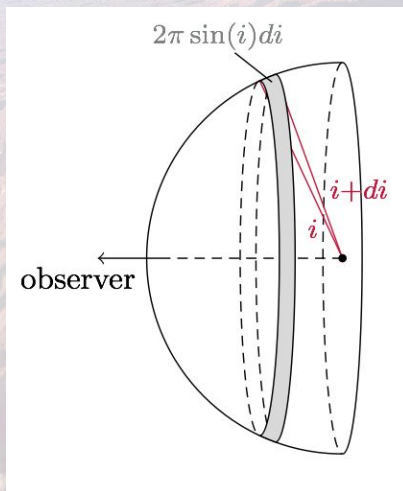
# Dráha v prostoru



Pravděpodobnost, že bude mít systém inklinaci menší než úhel  $\theta$ :

$$p(i < \theta) = \frac{2 \int_0^\theta p(i) di}{\int_0^\pi p(i) di} = (1 - \cos \theta)$$

- $i < 30^\circ$ :  $p \sim 13\%$
- $i < 10^\circ$ :  $p \sim 1.5\%$
- $i < 5^\circ$ :  $p \sim 0.3\%$
- $i < 1^\circ$ :  $p \sim 0.015\%$

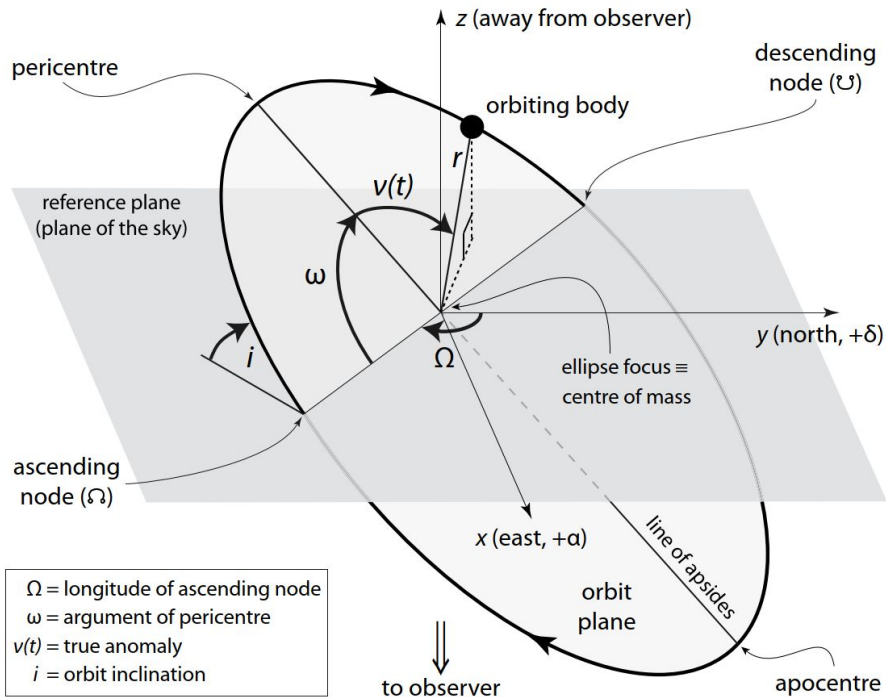


$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní

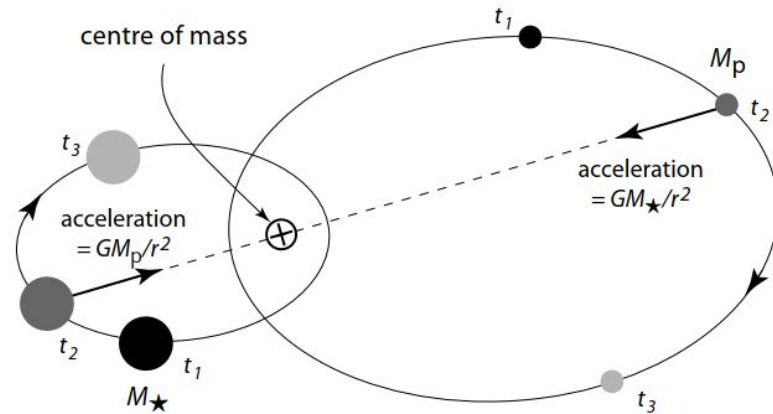
# Dráha v prostoru



$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní



$$e_{\text{rel}} = e_{\star} = e_p$$

rel - vůči hvězdě

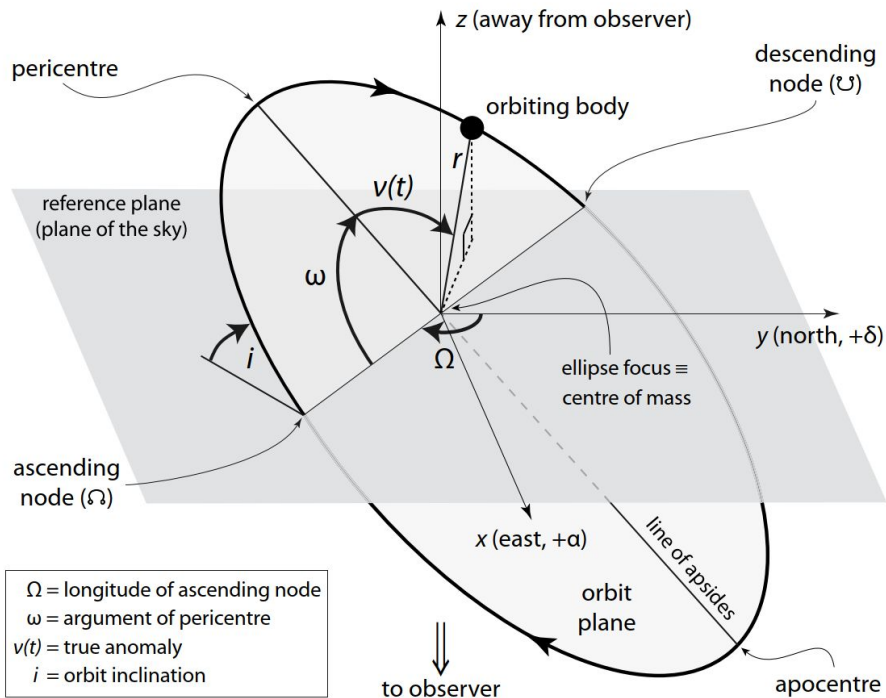
$$P_{\text{rel}} = P_{\star} = P_p$$

$$a_{\star} : a_p : a_{\text{rel}} = M_p : M_{\star} : (M_{\star} + M_p)$$

$$a_{\text{rel}} = a_{\star} + a_p$$



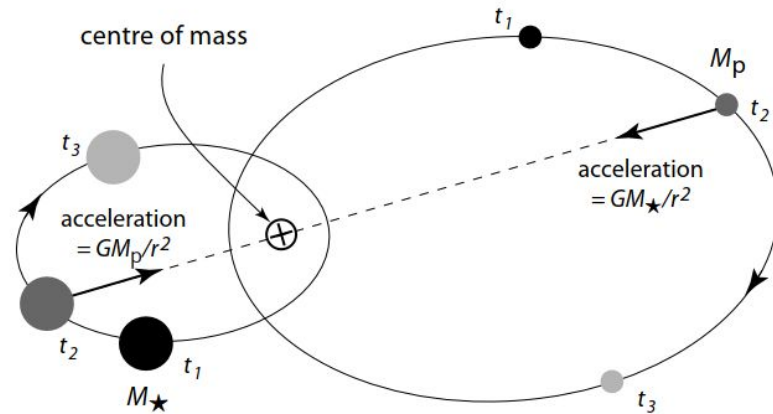
# Dráha v prostoru



$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní



$$e_{\text{rel}} = e_\star = e_p$$

rel - vůči hvězdě

$$P_{\text{rel}} = P_\star = P_p$$

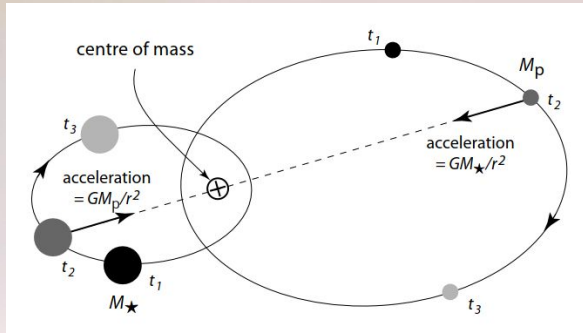
$$a_\star : a_p : a_{\text{rel}} = M_p : M_\star : (M_\star + M_p)$$

$$a_{\text{rel}} = a_\star + a_p$$

Ze studia pohybu hvězdy můžeme odhadnout hmotnost planety - metody astrometrie a měření radiálních rychlostí



# III. Keplerův zákon

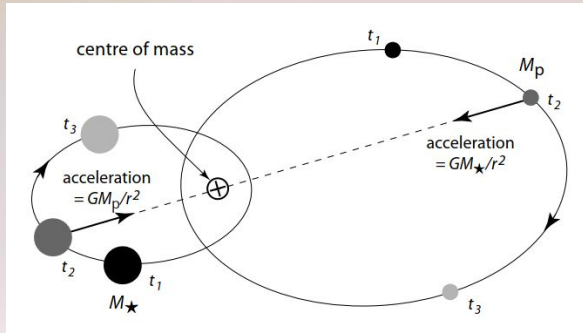


$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

# III. Keplerův zákon



$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

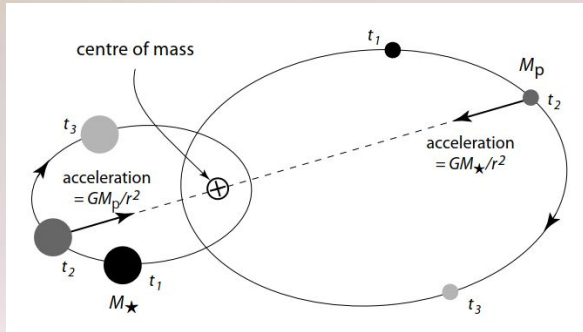
$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

Z rovnováhy sil působících na planetu:

$$F_G = G \frac{M_* M_p}{a^2} \quad F_O = M_p \frac{v_p^2}{a_p} \quad \left| v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \right.$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \frac{4\pi^2 a_p^2}{a_p P^2}$$

# III. Keplerův zákon



$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

Z rovnováhy sil působících na planetu:

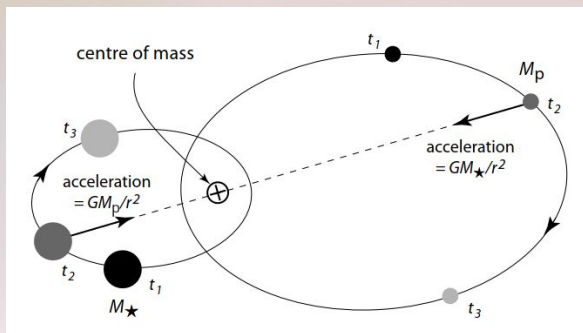
$$F_G = G \frac{M_* M_p}{a^2} \quad F_O = M_p \frac{v_p^2}{a_p} \quad \left| v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \right.$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \frac{4\pi^2 a_p^2}{a_p P^2}$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a \frac{4\pi^2}{P^2}$$



# III. Keplerův zákon



$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

Z rovnováhy sil působících na planetu:

$$F_G = G \frac{M_* M_p}{a^2} \quad F_O = M_p \frac{v_p^2}{a_p} \quad \left| \quad v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \right.$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \frac{4\pi^2 a_p^2}{a_p P^2}$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a \frac{4\pi^2}{P^2}$$

Základní tvar III. Keplerova zákona

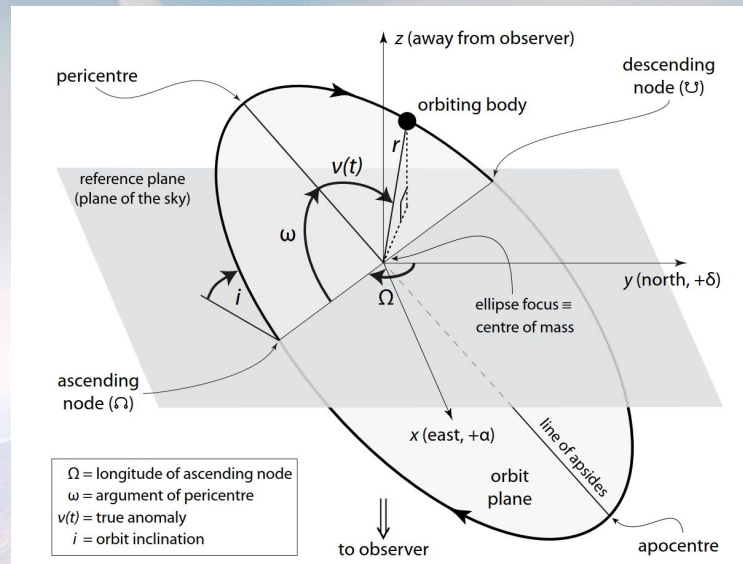
$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2}$$



# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu)$$

Souřadnice ve směru od pozorovatele



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

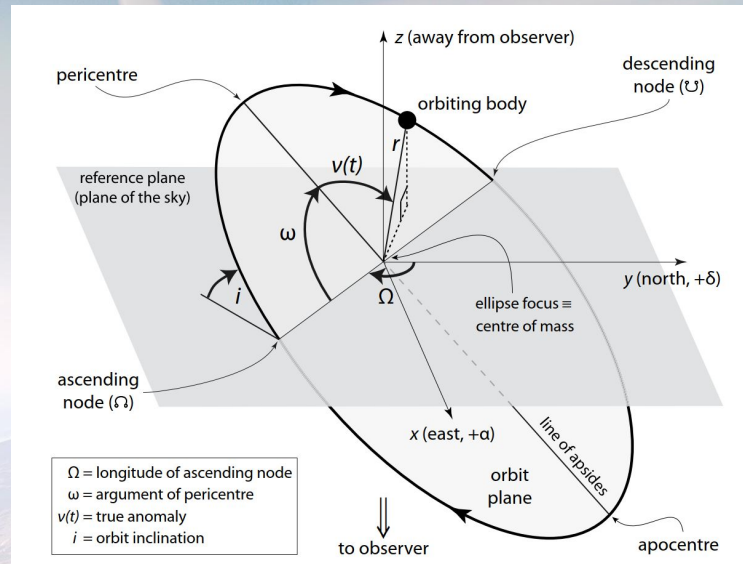
$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu)$$

Souřadnice ve směru od pozorovatele

$$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + \nu) + r \dot{\nu} \cos(\omega + \nu)]$$

rychlost ve směru od pozorovatele =>  
RADIÁLNÍ RYCHLOST

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu)$$

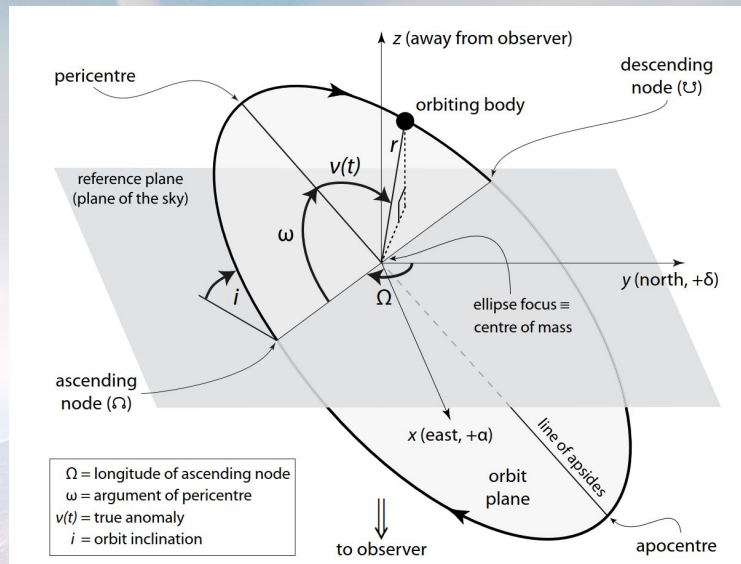
Souřadnice ve směru od pozorovatele

$$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + \nu) + r \dot{\nu} \cos(\omega + \nu)]$$

rychlost ve směru od pozorovatele =>  
RADIÁLNÍ RYCHLOST

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

Popisuje tvar křivky



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2}$$



# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu)$$

Souřadnice ve směru od pozorovatele

$$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + \nu) + r \dot{\nu} \cos(\omega + \nu)]$$

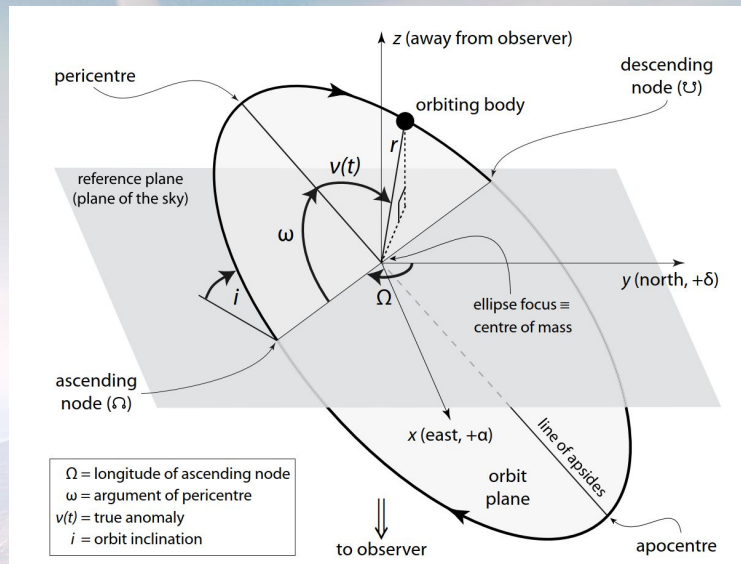
rychlost ve směru od pozorovatele => **RADIÁLNÍ RYCHLOST**

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

Popisuje tvar křivky

Poloamplituda křivky radiálních rychlostí

$$K \equiv \frac{2\pi}{P} \frac{a_\star \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}}$$



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_\star + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu) \quad \text{Souřadnice ve směru od pozorovatele}$$

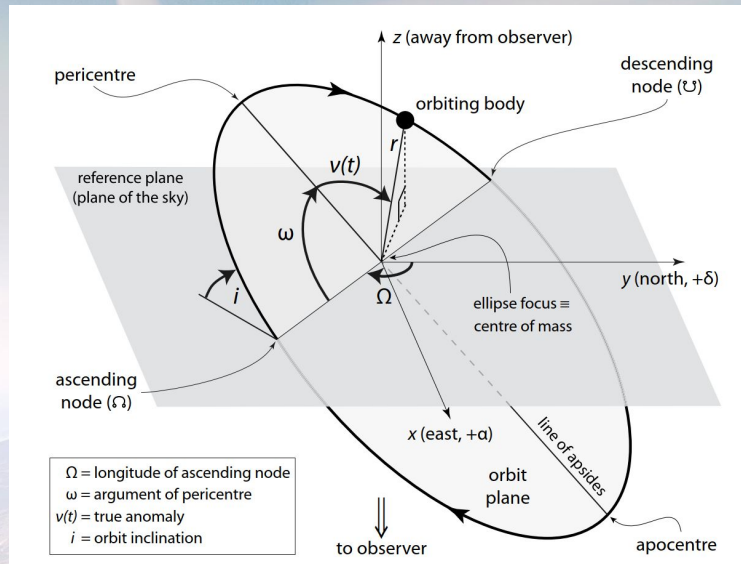
$$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + \nu) + r \dot{\nu} \cos(\omega + \nu)] \quad \text{rychlost ve směru od pozorovatele => RADIÁLNÍ RYCHLOST}$$

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

Popisuje tvar křivky

Poloamplituda křivky radiálních rychlostí

$$K \equiv \frac{2\pi}{P} \frac{a_\star \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}}$$



$$M_p a_p = M_\star a_\star$$

$$a = a_p + a_\star = \frac{M_p a_p}{M_\star} + a_p = \left( \frac{M_p + M_\star}{M_\star} \right) a_p$$

$$v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \quad v_\star = \frac{2\pi a_\star}{P}$$

Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_\star + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$z = r(t) \sin i \sin(\omega + v)$  Souřadnice ve směru od pozorovatele

$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + v) + r \dot{v} \cos(\omega + v)]$  rychlost ve směru od pozorovatele => **RADIÁLNÍ RYCHLOST**

$$v_r = K [\cos(\omega + v) + e \cos \omega]$$

Popisuje tvar křivky

Poloamplituda křivky radiálních rychlostí

$$K \equiv \frac{2\pi}{P} \frac{a_\star \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

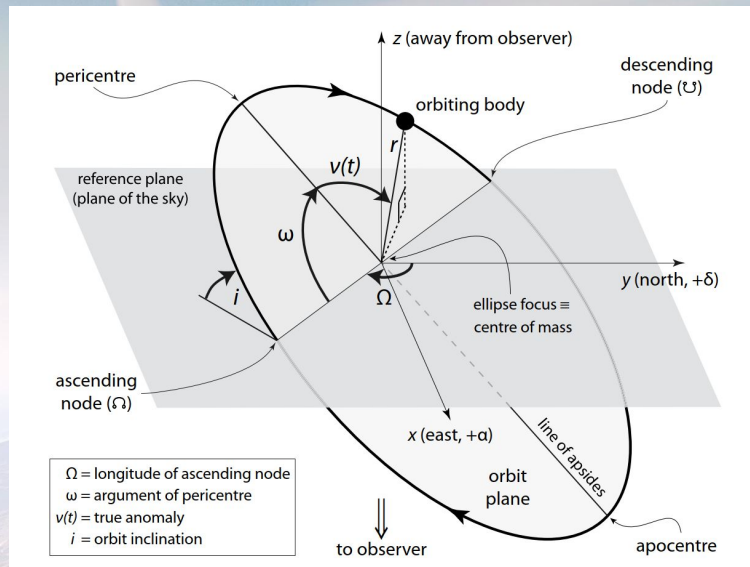
$$M_p a_p = M_\star a_\star$$

$$a = a_p + a_\star = \frac{M_p a_p}{M_\star} + a_p = \left( \frac{M_p + M_\star}{M_\star} \right) a_p$$

$$v_p = \frac{2\pi a_p}{P}$$

$$v_\star = \frac{2\pi a_\star}{P}$$

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_\star + M_p}{4\pi^2}$$



# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**



# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J = 11.9$  roků): 12.5 m/s

Zemí ( $P_Z = 1$  rok): 0.09 m/s

# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

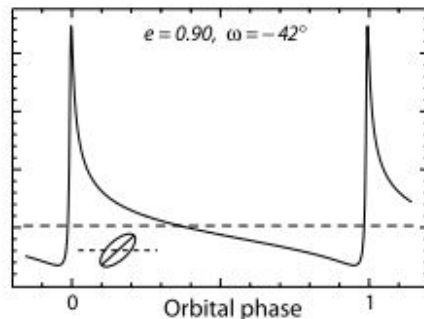
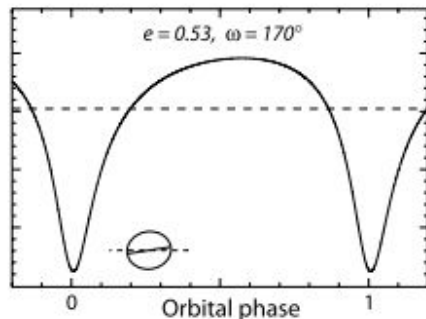
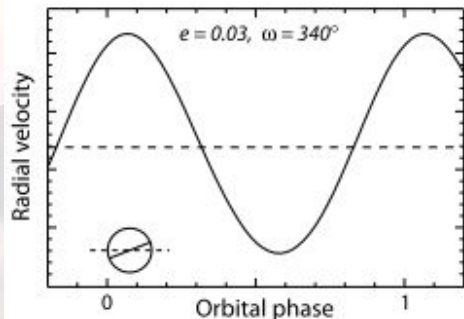
$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J=11.9$  roků): 12.5 m/s  
Zemí ( $P_Z=1$  rok): 0.09 m/s



$$v_r = K [\cos(\omega + v) + e \cos \omega]$$

Různé tvary křivek RV podle orientace a elipticity dráhy



# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J = 11.9$  roků): 12.5 m/s

Zemí ( $P_Z = 1$  rok): 0.09 m/s

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

e - Vliv především na tvar, méně pak i na amplitudu

$\omega$  - Vliv především na tvar křivky

i - Zásadní vliv na amplitudu

# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ m s}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J = 11.9$  roků): 12.5 m/s  
Zemí ( $P_Z = 1$  rok): 0.09 m/s

Je potřeba započítat i vlastní pohyb hvězdy a lineární trend daný možným souputníkem s dlouhou periodou

$$v_r(t) = K [\cos(\omega + \nu(t)) + e \cos \omega] + \gamma + d(t - t_0)$$

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

e - Vliv především na tvar, méně pak i na amplitudu

$\omega$  - Vliv především na tvar křivky

i - Zásadní vliv na amplitudu

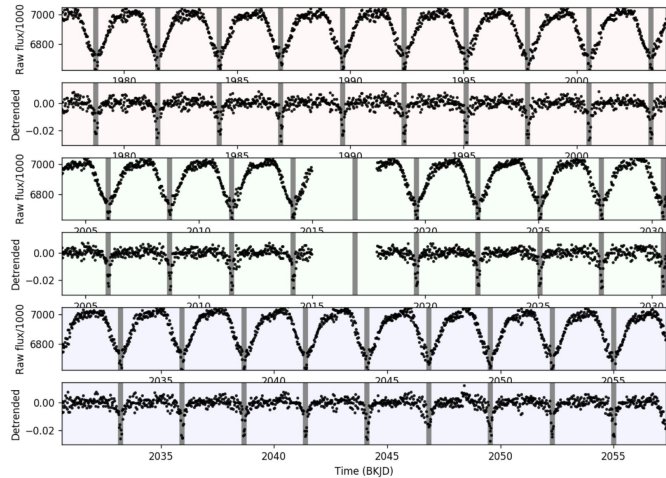
# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

PDC Detrending

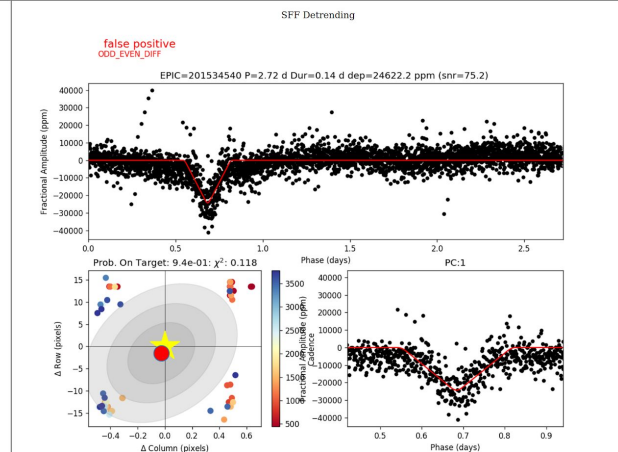
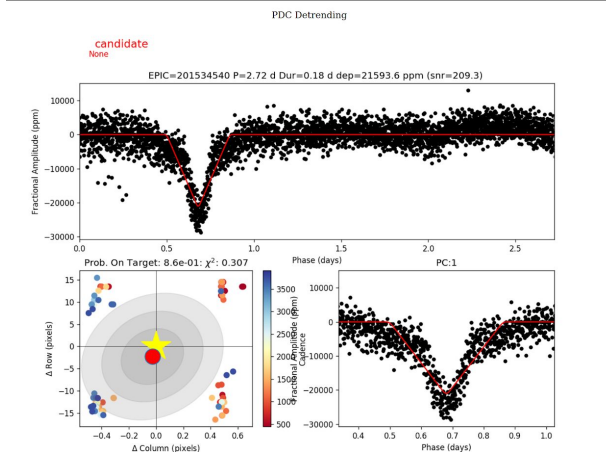
EPIC 201534540 Campaign 1



EPIC 201534540

Candidate with Period = 2.722732 Days and Epoch = 1981.491832 BKJD

Summary Plots



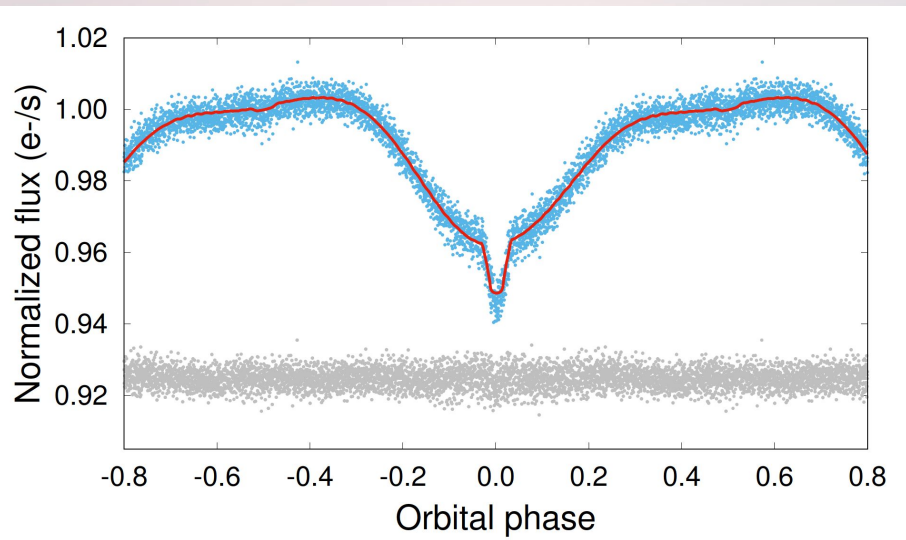


# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

Měření radiálních rychlostí v Ondřejově - souputník je červený trpaslík, Skarka et al. 2019, MNRAS, 487, 4230

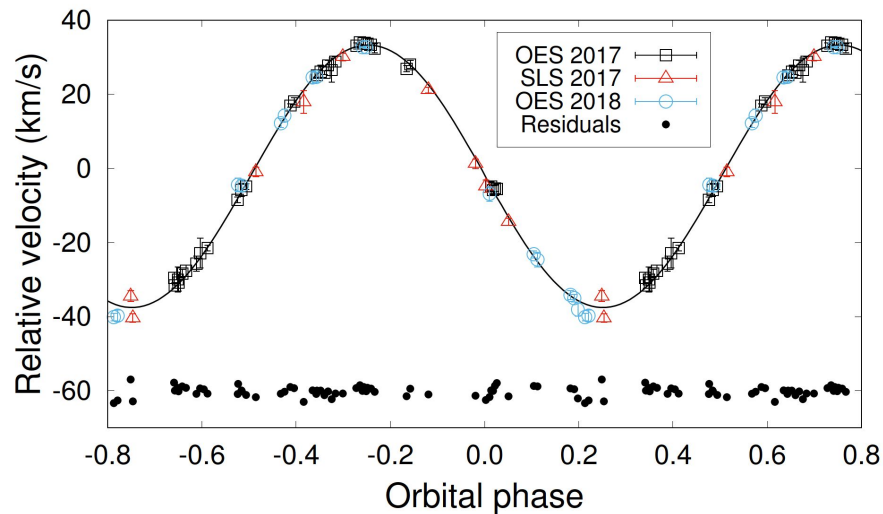
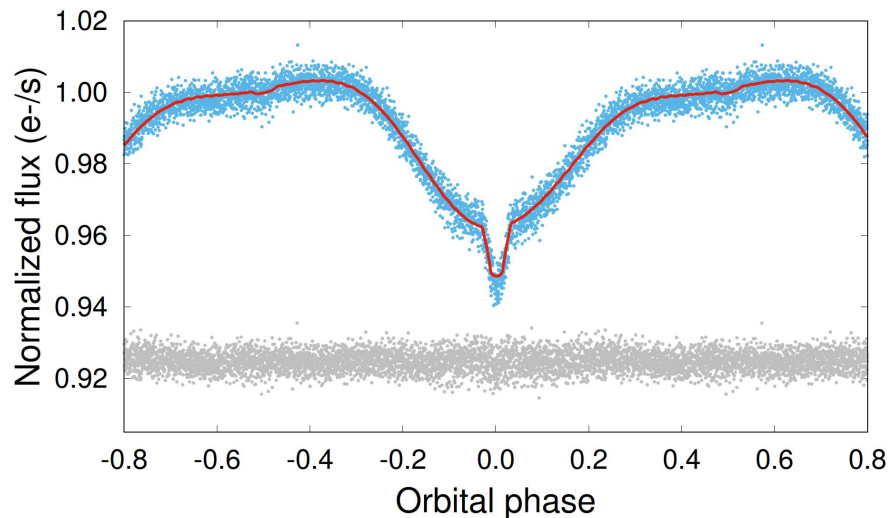


# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

Měření radiálních rychlostí v Ondřejově - souputník je červený trpaslík, Skarka et al. 2019, MNRAS, 487, 4230



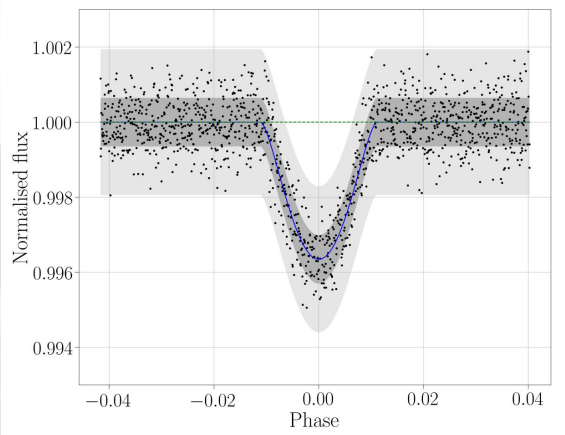
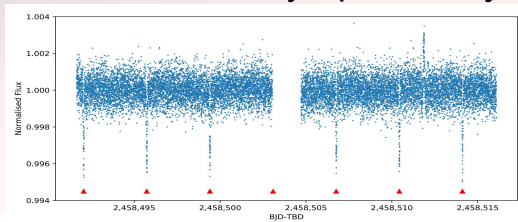
# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

Měření radiálních rychlostí v Ondřejově - souputník je červený trpaslík, Skarka et al. 2019, MNRAS, 487, 4230

TOI-503 - První hnědý trpaslík objevený TESS, Šubjak et al. 2020, AJ, 159, 151





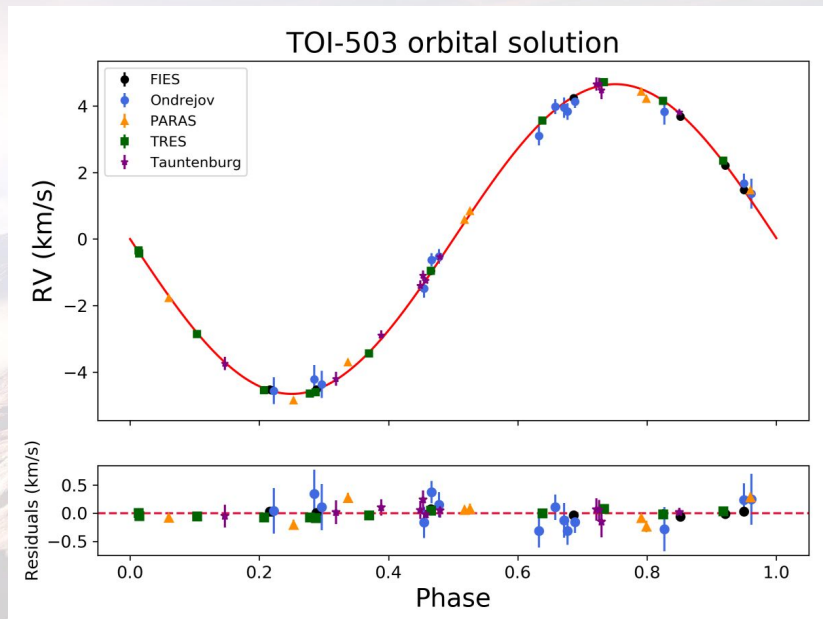
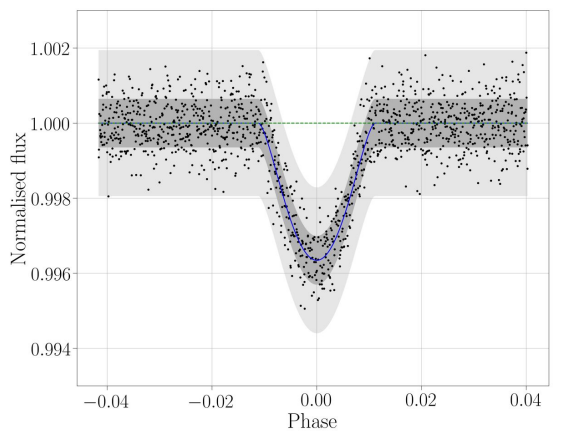
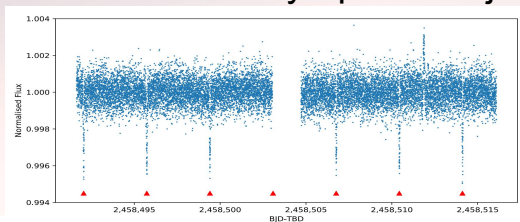
# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

Měření radiálních rychlostí v Ondřejově - souputník je červený trpaslík, Skarka et al. 2019, MNRAS, 487, 4230

TOI-503 - První hnědý trpaslík objevený TESS, Šubjak et al. 2020, AJ, 159, 151



# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Vogel 1890, PASP, 2, 27

## ORBIT AND MASS OF THE VARIABLE STAR *ALGOL* ( $\beta$ *Persei*).

On the 28th of November a very important discovery was communicated to the Academy of Sciences of Berlin by Professor H. C. VOGEL, Director, and Dr. SCHEINER, Astronomer of the Astrophysikalisches Observatorium of Potsdam. I condense from the *Sitzungsberichte* of the Academy, 1889, (page 1045), the following :—

“Three photographic negatives of the spectrum of *Algol* taken during the winter of 1888-9 showed that before a minimum *Algol* was moving away from the sun, and after a minimum it was moving towards it. Three new exposures of November, 1889, confirm this result. The observations taken together afford a very strong support to the theory that the cause of the variations in the light of *Algol* is to be found in the eclipses of this star by a dark (invisible) satellite revolving about it. The phenomena can be explained by assuming

the following particulars of the dimensions of the two bodies :—

- “ Diameter of *Algol* . . . . . = 230,000 geographical miles.
- “ Diameter of the invisible satellite = 180,000 “ “
- “ Distance between their centres . = 700,000 “ “
- “ Satellite’s velocity in orbit . . . = 12.0 “ “
- “ Mass of *Algol* . . . . . =  $\frac{4}{5}$  of the Sun’s mass.
- “ Mass of the satellite =  $\frac{1}{5}$  “ “ “
- “ Motion of both bodies in the line of sight (toward the Sun) 0.5 geographical miles.”

E. S. H.

# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Keeler 1895, ApJ, 1, 41 - Saturn rotuje jako tuhé těleso, prstence keplerovskou rotací

Vogel 1890, PASP, 2, 27

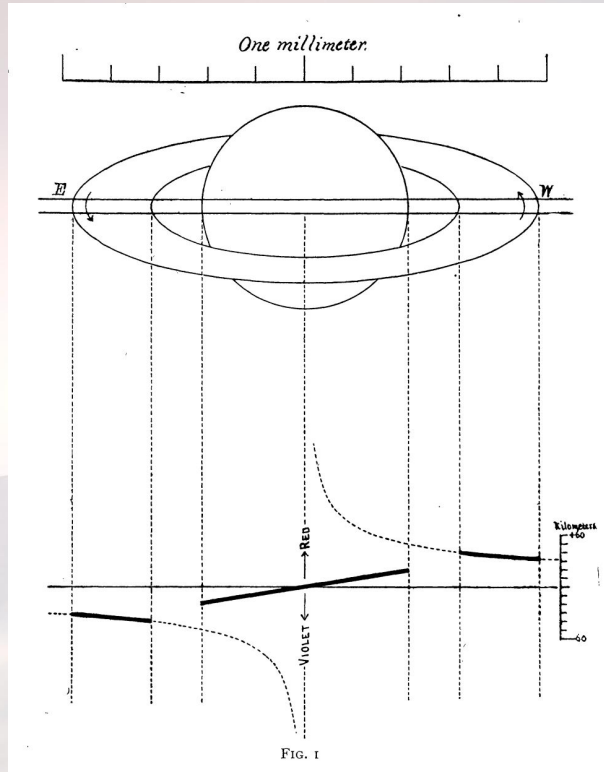


FIG. 1

## ORBIT AND MASS OF THE VARIABLE STAR *ALGOL* ( $\beta$ Persei).

On the 28th of November a very important discovery was communicated to the Academy of Sciences of Berlin by Professor H. C. VOGEL, Director, and Dr. SCHEINER, Astronomer of the Astrophysikalisches Observatorium of Potsdam. I condense from the *Sitzungsberichte* of the Academy, 1889, (page 1045), the following:—

“Three photographic negatives of the spectrum of *Algol* taken during the winter of 1888-9 showed that before a minimum *Algol* was moving away from the sun, and after a minimum it was moving towards it. Three new exposures of November, 1889, confirm this result. The observations taken together afford a very strong support to the theory that the cause of the variations in the light of *Algol* is to be found in the eclipses of this star by a dark (invisible) satellite revolving about it. The phenomena can be explained by assuming the following particulars of the dimensions of the two bodies:—

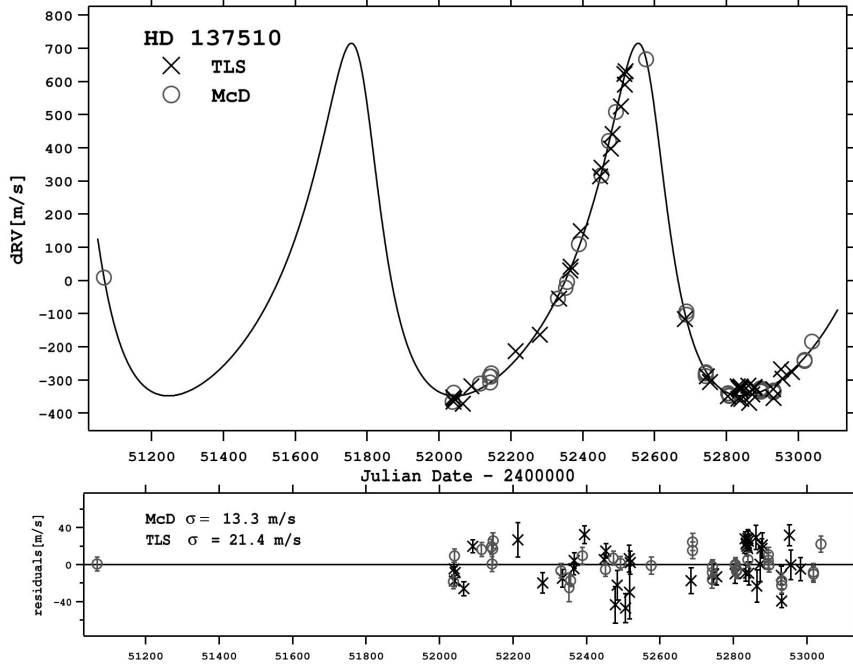
- “Diameter of *Algol* . . . . . = 230,000 geographical miles.
- “Diameter of the invisible satellite = 180,000 “ “
- “Distance between their centres . = 700,000 “ “
- “Satellite’s velocity in orbit . . = 12.0 “ “
- “Mass of *Algol* . . . . . =  $\frac{4}{5}$  of the Sun’s mass.
- “Mass of the satellite =  $\frac{1}{5}$  “ “ “
- “Motion of both bodies in the line of sight (toward the Sun) 0.5 geographical miles.”

E. S. H.

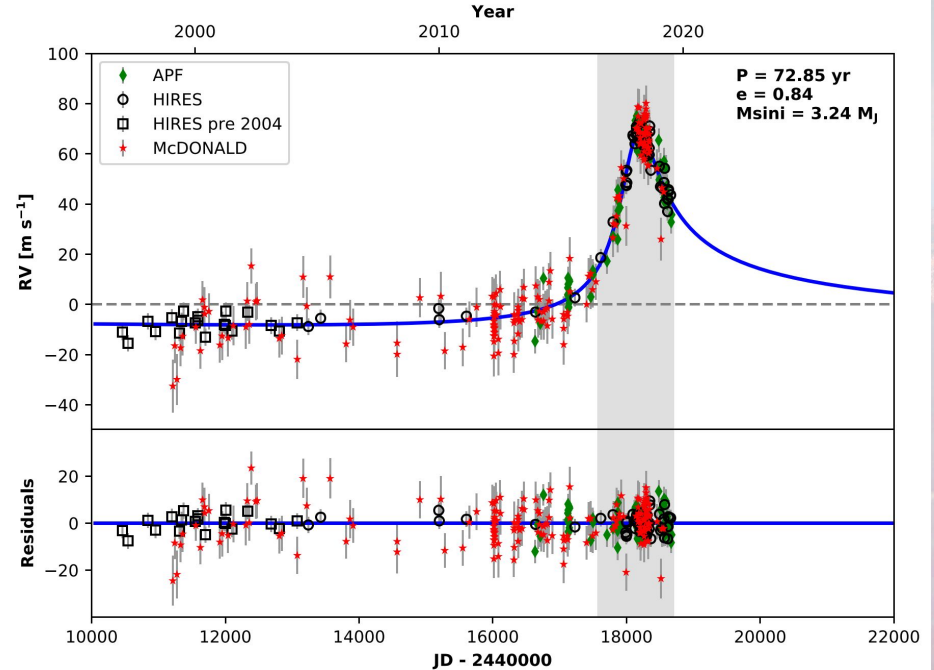


# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Endl et al. 2004, ApJ, 611, 1121



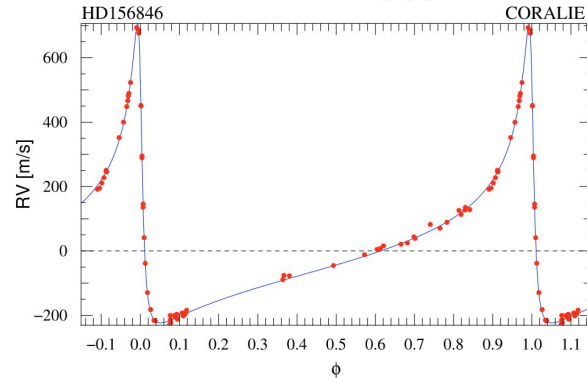
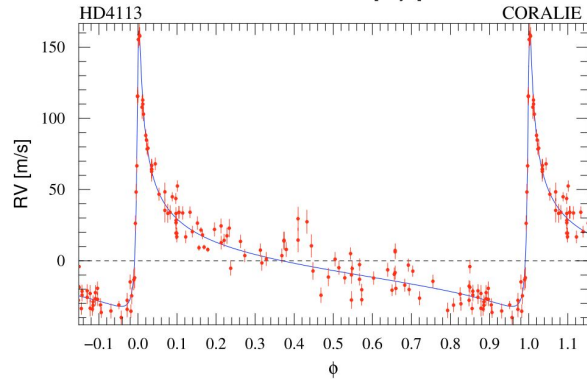
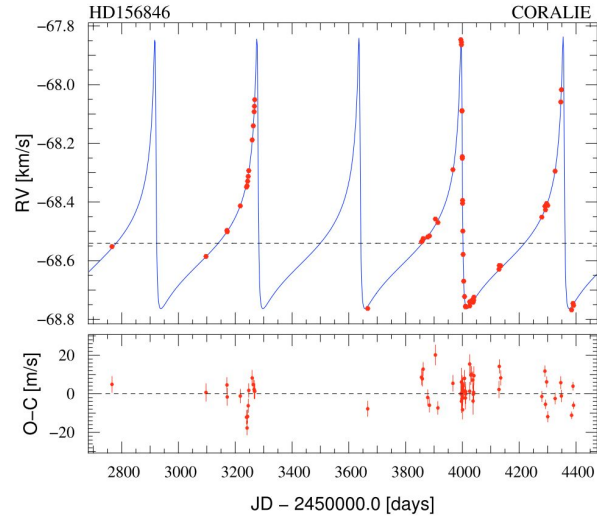
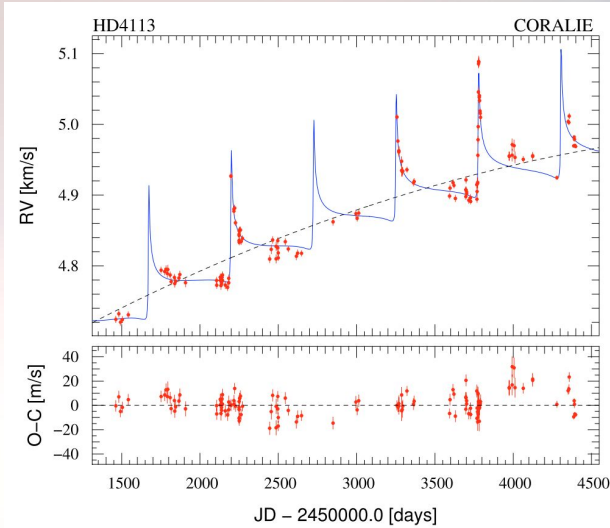
Blunt et al. 2019, AJ, 158, 181



Dlouhodobá měření mohou ukázat na přítomnost planet

# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

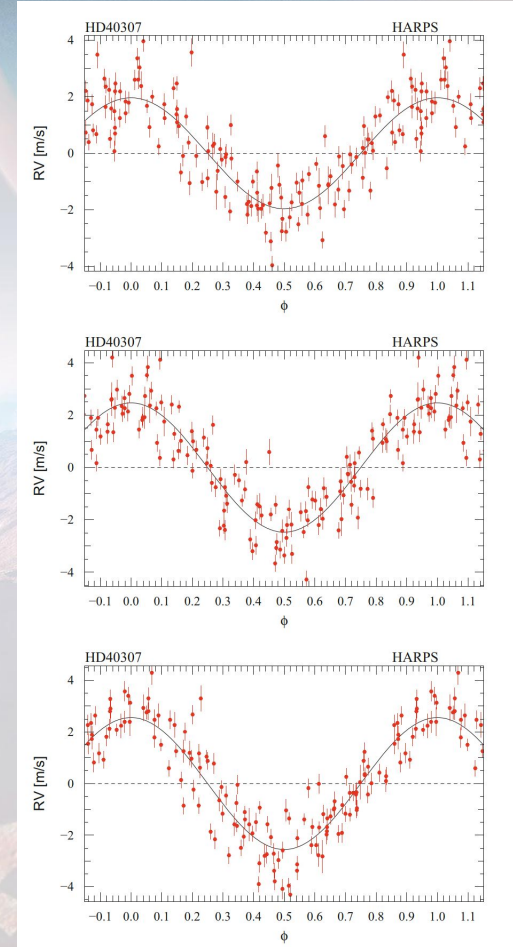
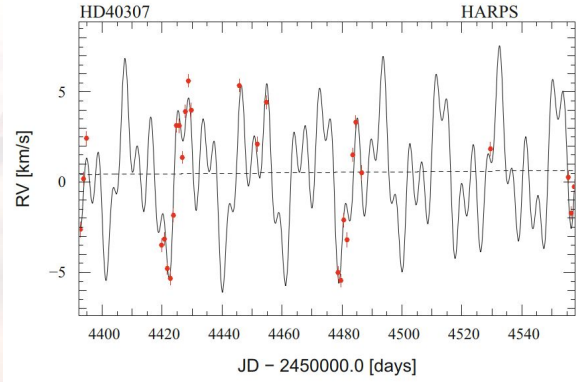
Tamuz et al. 2008, A&A, 480, 33



# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Mayor et al. 2009, A&A, 493, 639

Parameter	HD 40307 b	HD 40307 c	HD 40307 d	
$P$	[days]	$4.3115 \pm 0.0006$	$9.620 \pm 0.002$	$20.46 \pm 0.01$
$T$	[JD-2 400 000]	$54\,562.77 \pm 0.08$	$54\,551.53 \pm 0.15$	$54\,532.42 \pm 0.29$
$e$		0.0	0.0	0.0
$\omega$	[deg]	0.0	0.0	0.0
$K$	[m s <sup>-1</sup> ]	$1.97 \pm 0.11$	$2.47 \pm 0.11$	$4.55 \pm 0.12$
$V$	[km s <sup>-1</sup> ]		31.332	
drift	[m s <sup>-1</sup> /yr]		$0.51 \pm 0.10$	
$f(m)$	[10 <sup>-14</sup> $M_{\odot}$ ]	0.35	1.53	3.59
$m_2 \sin i$	[ $M_{\oplus}$ ]	4.2	6.9	9.2
$a$	[AU]	0.047	0.081	0.134
$N_{\text{meas}}$			135	
Span	[days]		1628	
$\sigma$ (O-C)	[ms <sup>-1</sup> ]		0.85	
$\chi_{\text{red}}^2$			2.57	





# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Fischer et al. 2008, ApJ, 675, 790 - 5 planet okolo 55 Cnc

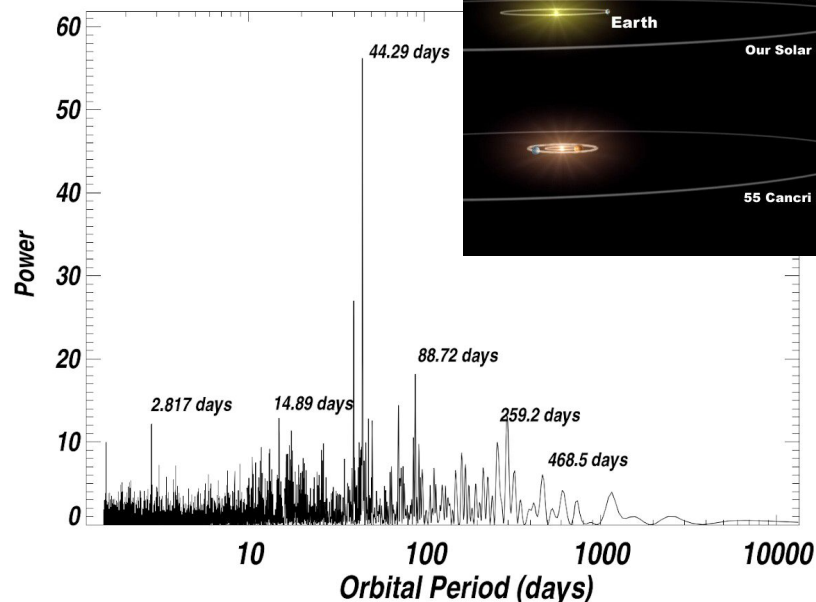
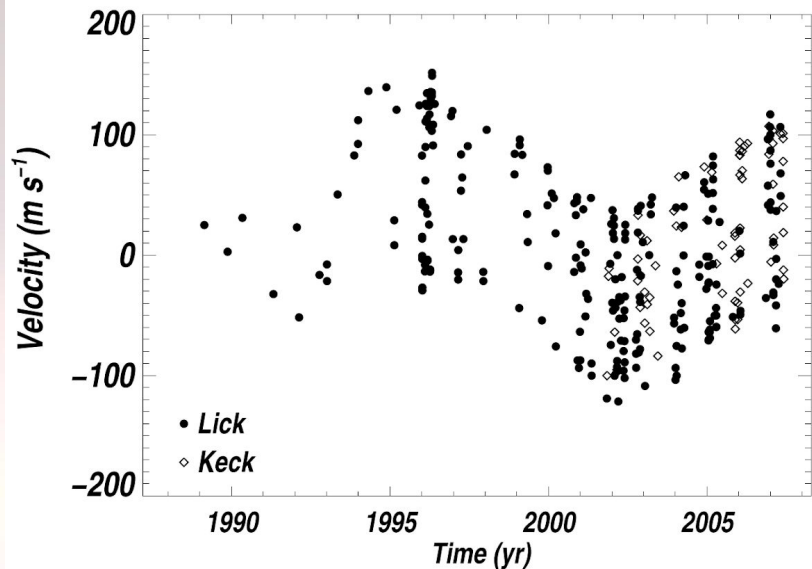
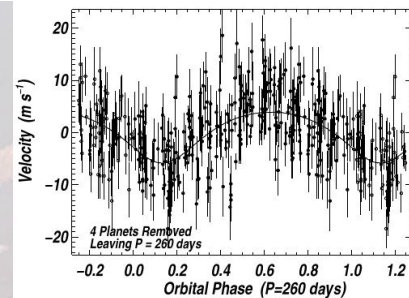


TABLE 2  
ORBITAL PARAMETERS FOR THE FIVE-PLANET MODEL

Planet <sup>a</sup>	Period (days)	$T_p$	$e$	$\omega$ (deg)	$K$ ( $m\ s^{-1}$ )	$M \sin i$ ( $M_{Jup}$ )	$a$ (AU)
e.....	$2.81705 \pm 0.0001$	$249999.83643 \pm 0.0001$	$0.07 \pm 0.06$	$248.9 \pm 38$	$5.07 \pm 0.53$	$0.034 \pm 0.0036$	$0.038 \pm 1.0 \times 10^{-6}$
b.....	$14.65162 \pm 0.0007$	$2450002.94749 \pm 1.2$	$0.014 \pm 0.008$	$131.94 \pm 30$	$71.32 \pm 0.41$	$0.824 \pm 0.007$	$0.115 \pm 1.1 \times 10^{-6}$
c.....	$44.3446 \pm 0.007$	$2449989.3385 \pm 3.3$	$0.086 \pm 0.052$	$77.9 \pm 29$	$10.18 \pm 0.43$	$0.169 \pm 0.008$	$0.240 \pm 4.5 \times 10^{-5}$
f.....	$260.00 \pm 1.1$	$2450080.9108 \pm 1.1$	$0.2 \pm 0.2$ (f)	$181.1 \pm 60$	$4.879 \pm 0.6$	$0.144 \pm 0.04$	$0.781 \pm 0.007$
d.....	$5218 \pm 230$	$2452500.6 \pm 230$	$0.025 \pm 0.03$	$181.3 \pm 32$	$46.85 \pm 1.8$	$3.835 \pm 0.08$	$5.77 \pm 0.11$

<sup>a</sup> Planets are listed in order of increasing orbital period; however, the planet designations, b–f, correspond to the chronological order of their discovery.



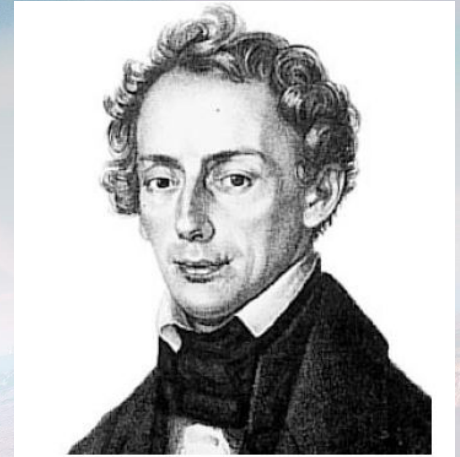
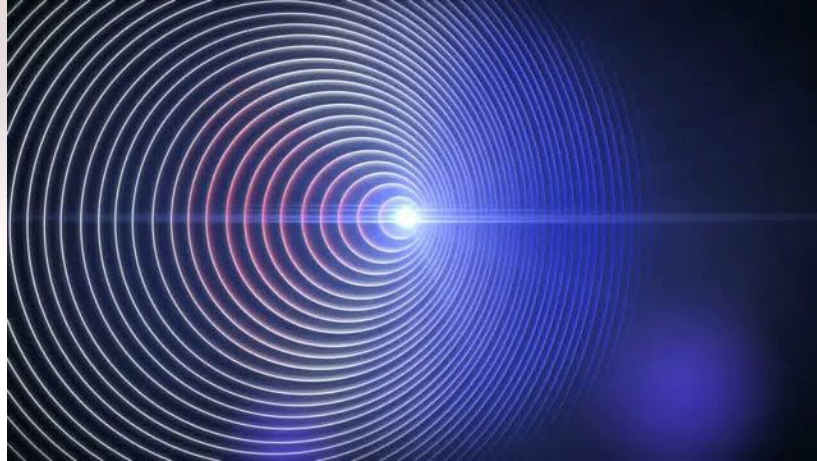


# Dopplerův jev

Změna pozorované frekvence vlivem pohybu zdroje a pozorovatele

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c \pm v_{\text{poz}}}{c \mp v_{\text{zdroj}}} \right) f_0$$

$f_0$  - frekvence vlnění  
 $f_{\text{poz}}$  - pozorovaná frekvence  
 $c$  - rychlost vlnění  
 $v_{\text{poz}}$  - rychlost pozorovatele  
 $v_{\text{zdroj}}$  - rychlost zdroje



Christian Doppler (1803–1853)

Konvence:

Objekt se vzdaluje (červený posuv):  $K$  je kladné

Objekt se přibližuje (modrý posuv):  $K$  je záporné

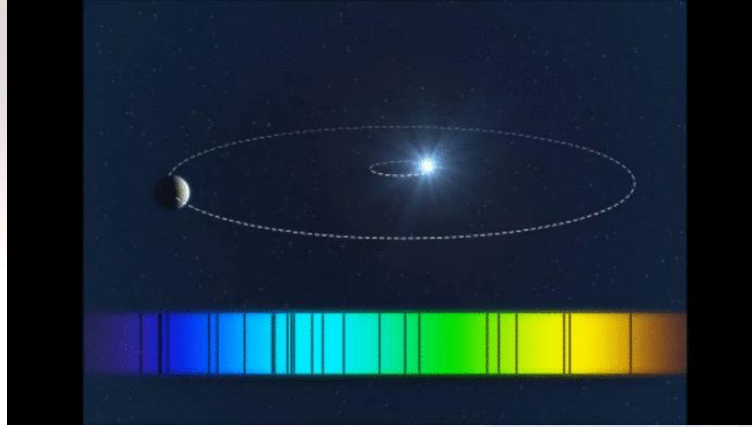


# Dopplerův jev

Změna pozorované frekvence vlivem pohybu zdroje a pozorovatele

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c \pm v_{\text{poz}}}{c \mp v_{\text{zdroj}}} \right) f_0$$

$f_0$  - frekvence vlnění  
 $f_{\text{poz}}$  - pozorovaná frekvence  
 $c$  - rychlost vlnění  
 $v_{\text{poz}}$  - rychlost pozorovatele  
 $v_{\text{zdroj}}$  - rychlost zdroje



Christian Doppler (1803–1853)

Konvence:

Objekt se vzdaluje (červený posuv):  $K$  je kladné

Objekt se přibližuje (modrý posuv):  $K$  je záporné

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c}{c - v} \right)$$

→

$$\frac{c}{\lambda_{\text{poz}}} (c - v) = \frac{c^2}{\lambda_{\text{poz}}}$$

$$c \left( 1 - \frac{v}{c} \right) = \frac{\lambda_{\text{poz}}}{\lambda_0} c$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_{\text{poz}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$$

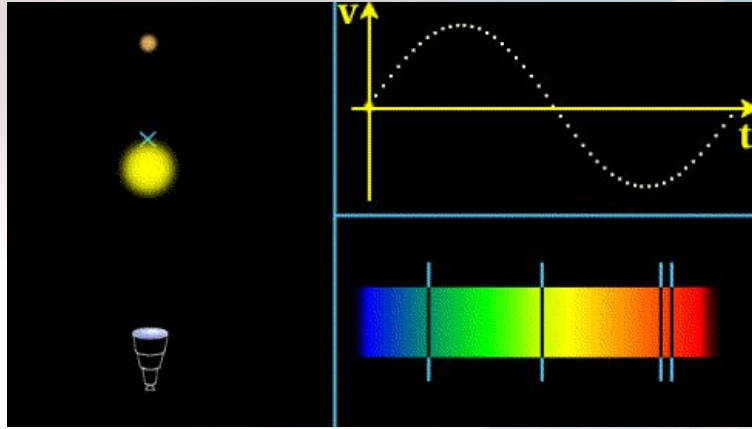
$$f_{\text{poz}} = c \lambda_{\text{poz}} \quad f_0 = c \lambda_0$$

# Dopplerův jev

Změna pozorované frekvence vlivem pohybu zdroje a pozorovatele

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c \pm v_{\text{poz}}}{c \mp v_{\text{zdroj}}} \right) f_0$$

$f_0$  - frekvence vlnění  
 $f_{\text{poz}}$  - pozorovaná frekvence  
 $c$  - rychlost vlnění  
 $v_{\text{poz}}$  - rychlost pozorovatele  
 $v_{\text{zdroj}}$  - rychlost zdroje



Christian Doppler (1803–1853)

Konvence:

Objekt se vzdaluje (červený posuv):  $K$  je kladné

Objekt se přibližuje (modrý posuv):  $K$  je záporné

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c}{c - v} \right)$$

→

$$\frac{c}{\lambda_{\text{poz}}} (c - v) = \frac{c^2}{\lambda_{\text{poz}}}$$

$$c \left( 1 - \frac{v}{c} \right) = \frac{\lambda_{\text{poz}}}{\lambda_0} c$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_{\text{poz}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$$

$$f_{\text{poz}} = c \lambda_{\text{poz}} \quad f_0 = c \lambda_0$$

# Dopplerův jev

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_{\text{poz}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

Posuv spektrálních čar  $\Delta\lambda$  je nepřímo úměrný rychlosti světla => nutnost měřit velmi malé posuvy

Amplitudy způsobené exoplanetami typicky  $< 1 \text{ km/s}$  → na  $400 \text{ nm}$  posuv  $\Delta\lambda$   $0.0013 \text{ nm}$ !  
=> Extrémní nároky na stabilitu spektrografu, zpracování dat a analytické metody



## ŠPATNÁ ANIMACE! PROČ?

