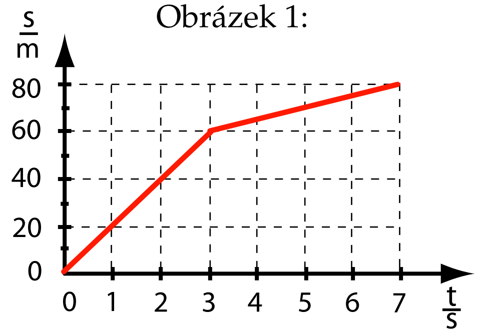
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Sbírka pro předmět Středoškolská fyzika v příkladech 1 a 2

Mechanika: kinematika – zadání a výsledky

1. Na obrázku 1 je graf závislosti dráhy hmotného bodu na čase.

Obrázek 1:



   (a) Jaká je velikost rychlosti hmotného bodu v čase 2 s?
   A. 40 m.s^{-1} **B.** 20 m.s^{-1} **C.** 10 m.s^{-1} **D.** 5 m.s^{-1} [B.]

   (b) Jaká je velikost rychlosti hmotného bodu v čase 5 s?
   A. 70 m.s^{-1} **B.** 35 m.s^{-1} **C.** 14 m.s^{-1} **D.** 5 m.s^{-1} [D.]

   (c) Jaká je velikost průměrné rychlosti hmotného bodu na konci páté sekundy?
   A. 70 m.s^{-1} **B.** 35 m.s^{-1} **C.** 14 m.s^{-1} **D.** 5 m.s^{-1} [C.]

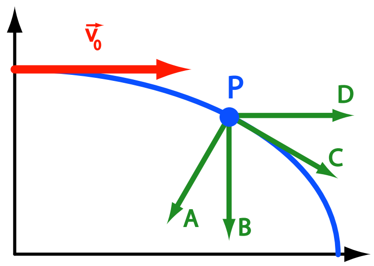
   Proveďte výpočet a správnou odpověď fyzikálně zdůvodněte.

2. Uvažujte pohyb tělesa, které je vrženo v homogenním poli Země vodorovným směrem počáteční rychlostí $\vec{v}_0$ (viz obrázek 2). Za určitou dobu svého pohybu je těleso v bodě P.

   (a) Který směr má okamžitá rychlost tělesa v bodě P?
   A. směr A **B.** směr B **C.** směr C **D.** směr D [C.]

   (b) Který směr má síla působící na těleso v bodě P?
   A. směr A **B.** směr B **C.** směr C **D.** směr D [B.]

Obrázek 2:



Svou odpověď fyzikálně zdůvodněte, napište i případné fyzikální významy ostatních zobrazených směrů.

3. $\star$ Nákladní vlak jede rychlostí $v_1 = 36\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Za 30 minut z téže stanice vyjíždí týmž směrem expres rychlostí $v_2 = 72\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Za jaký čas t od odjezdu nákladního vlaku a v jaké vzdálenosti s od stanice dožene expres nákladní vlak? Úlohu řešte analyticky i graficky. [1 h, 36 km, viz obrázek 9]

4. $\star$ Z měst A a B, vzdálenost mezi nimiž je $L = 120\,\mathrm{km}$, současně vyjely proti sobě dva automobily rychlostmi $v_1 = 20\,\mathrm{km.h^{-1}}$ a $v_2 = 60\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Každý automobil se poté, co projede 120 km, zastaví. Za jakou dobu t a v jaké vzdálenosti s od města C, které se nachází na půl cesty mezi městy A a B, se setkají automobily? Úlohu řešte analyticky i graficky. Sestrojte graf závislosti vzdálenosti l mezi automobily na čase. [$s_1 = -\frac{L}{2} + v_1.t = -30\,\mathrm{km}$,
$s_2 = \frac{L}{2} - v_2.t = -30\,\mathrm{km}$,
viz obrázky 10, 11]

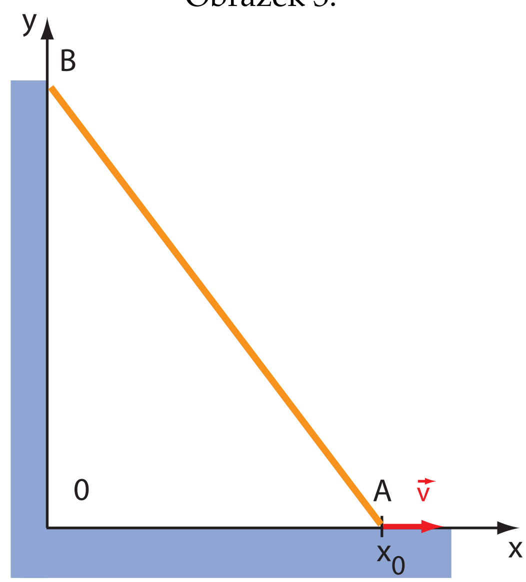
5. Tyč AB délky l se opírá svými konci o podlahu a o stěnu. Najděte závislost souřadnice y konce tyče B na čase t při pohybu konce tyče A s konstantní rychlostí $\vec{v}$ ve směru zakresleném na obrázku 3, jestliže na počátku měl konec A souřadnici x_0. [$y = \sqrt{l^2 - x^2}, x = x_0 + v.t.$]

6. $\star$ Motorová loď, která má délku $l = 300\,\mathrm{m}$, se pohybuje v přímém kurzu v klidné vodě rychlostí v_1. Člun, mající rychlost $v_2 = 90\,\mathrm{km.h^{-1}}$, projede vzdálenost od zádi pohybující se motorové lodi k její přídi a zpět za čas $t = 37,5\,\mathrm{s}$. Určete rychlost v_1 motorové lodi.
[$v_1 = \sqrt{v_2\left(v_2 - \frac{2l}{t}\right)} = 15\,\mathrm{m.s^{-1}}$]

7. Nákladní vlak délky $l_1 = 630\,\mathrm{m}$ a expres délky $l_2 = 120\,\mathrm{m}$ jedou současně po dvou paralelních kolejích ve stejném směru rychlostmi $v_1 = 48,6\,\mathrm{km.h^{-1}}$ a $v_2 = 102,6\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Za jak dlouho předjede expres nákladní vlak? [$t = \frac{l_1+l_2}{v_2-v_1} = 50\,\mathrm{s}$]

8. Plavec přeplavává řeku, mající šířku h. Pod jakým úhlem α ke směru proudu musí plavat, aby přeplaval na protější břeh v co nejkratším čase? Kde v tomto

Obrázek 3:



případě vyjde z řeky a jakou dráhu s přeplave, jestliže je rychlost proudění řeky u a rychlost plavce vůči vodě v? [$s = \frac{h}{v}\sqrt{u^2 + v^2}$.]

9. $\star\star$ Koráb pluje na západ rychlostí $\vec{v}$. Je známo, že vítr duje z jihozápadu. Rychlost větru, naměřená na palubě korábu, je rovna $\vec{u}_0$. Najděte rychlost větru $\vec{u}$ vůči zemi. [$u = -\frac{v}{\sqrt{2}} + \sqrt{u_0^2 - \frac{v^2}{2}}$.]

10. Jeden vlak jel polovinu dráhy rychlostí $v_1 = 40\,\mathrm{km.h^{-1}}$ a druhou polovinu dráhy rychlostí $v_2 = 80\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Druhý vlak jel polovinu doby rychlostí $v_1' = 40\,\mathrm{km.h^{-1}}$ a druhou polovinu doby rychlostí $v_2' = 80\,\mathrm{km.h^{-1}}$. Jaká je průměrná rychlost každého vlaku? [$v_p = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = 53{,}3\,\mathrm{km.h^{-1}}$,

$v_p' = \frac{v_1'+v_2'}{2} = 60\,\mathrm{km.h^{-1}}$]

11. Těleso mající počáteční rychlost $v_0 = 2\,\mathrm{m.s^{-1}}$ se pohybovalo po dobu $t_1 = 3\,\mathrm{s}$ rovnoměrně, po dobu $t_2 = 2\,\mathrm{s}$ se zrychlením $a_2 = 2\,\mathrm{m.s^{-2}}$, po dobu $t_3 = 5\,\mathrm{s}$ se zrychlením $a_3 = 1\,\mathrm{m.s^{-2}}$, po dobu $t_4 = 2\,\mathrm{s}$ se zrychlením $a_4 = -3\,\mathrm{m.s^{-2}}$ a po čas $t_5 = 2\,\mathrm{s}$ rovnoměrně rychlostí, kterou získal na konci intervalu t_4. Najděte koncovou rychlost v, uraženou dráhu s a průměrnou rychlost v_p na této dráze. Úlohu řešte analyticky i graficky. [$v = 5\,\mathrm{m.s^{-1}}$, s=82,5 m, $v_p = 5{,}9\,\mathrm{m.s^{-1}}$, obrázek 12]

12. $\star$ Svítilna umístěná ve vzdálenosti $R_0 = 3\,\mathrm{m}$ od svislé stěny vrhá na tuto stěnu od svislé stěny vrhá na tuto stěnu úzkou štěrbinou ve svém obalu proužek světla. Svítilna se rovnoměrně otáčí kolem své osy a počet obrátek za 1 s je $n = 0.5\,\mathrm{s^{-1}}$. Při otáčení svítilny běží proužek světla po stěně po horizontální přímce. Máme zjistit rychlost proužku světla v čase $t = 0{,}1\,\mathrm{s}$ od toho okamžiku, kdy byl světelný paprsek kolmý na stěnu. [$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R_0 2\pi n}{\cos^2 2\pi n t} = 10{,}4\,\mathrm{m.s^{-1}}$.]

13. $\star$ Pozorovatel stojící v okamžiku rozjezdu elektrického vlaku u jeho začátku zaznamenal, že první vagón projel mimo něj za dobu $\tau = 4\,\mathrm{s}$. Kolik sekund se bude kolem něj pohybovat n-tý (sedmý) vagon? Považujte pohyb za rovnoměrně zrychlený. $[\tau_n = \tau_1(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) \quad n = 7 : \tau_7 = 0,8\,\mathrm{s}.]$

14. Je známo, že bod za 10 s urazil dráhu $s = 30\,\mathrm{m}$, přičemž se jeho rychlost zvětšila pětkrát. Máme určit zrychlení pohybu, je-li toto zrychlení konstantní.
$[a = \frac{2s}{t^2}\left[\frac{n-1}{n+1}\right] = 0,4\,\mathrm{m.s}^{-2}]$

15. $\star$ Jakou rychlostí a jakým směrem musí letět letadlo, aby za 1 h uletělo přesně na sever dráhu $s = 200\,\mathrm{km}$, fouká-li během letu vítr od severovýchodu pod úhlem $\alpha = 35°$ k poledníku rychlostí $v_1 = 30\,\mathrm{km.h}^{-1}$?
$[v_L = \sqrt{\left(\frac{s}{t}\right)^2 + v_1^2 + 2v_1\frac{s}{t}\cos\alpha} = 225\,\mathrm{m.s}^{-1},$
$\sin\beta = \frac{v_1}{v_L}\sin\alpha = 0.076\,]$

16. Dva ostrovy A a B leží uprostřed řeky ve vzdálenosti $s = 0,5\,\mathrm{km}$ od sebe ve směru proudu, jehož rychlost je $v_1 = 2,5\,\mathrm{km.h}^{-1}$. Na břehu proti A ve směru, který je kolmý na směr proudu, je přístav ve vzdálenosti $s = 0,5\,\mathrm{km}$ od A. Veslař pluje na loďce jednou z ostrova A na ostrov B a zpět, po druhé z ostrova A k přístavu a zpět. Rychlost loďky v klidné vodě jest v_2.

    (a) Za jaké podmínky může veslař vykonat první cestu? $[v_2 > v_1]$

    (b) Za jaké podmínky může přeplout z ostrova A k přístavu po přímé dráze? $[v_2 > v_1]$

    (c) Jaký kurz musí udržovat v předešlém případě, je-li $v_2 = 5\,\mathrm{km.h}^{-1}$? $[\sin\alpha = \frac{v_1}{v_2}, \alpha = 60°]$

    (d) $\star$ Může vykonat obě cesty (od A k B a zpět a od A k přístavu a zpět) za stejnou dobu?
    [cesta ABA trvá vždy delší čas]

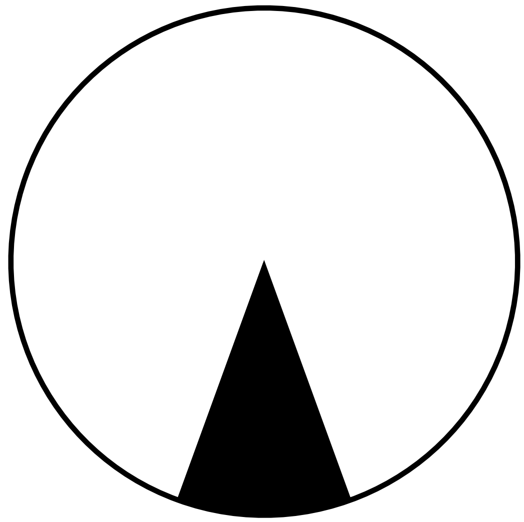
    (e) $\star$ Při jaké rychlosti v_2 trvá první cesta dvakrát tak dlouho jako druhá?
    $[v_2 = \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}v_1 = 2,9\,\mathrm{km.h}^{-1}]$

17. $\star$ Bílý kruh s černou výsečí (viz obrázek 4) (středový úhel $\alpha = 40°$) otáčí se kolem osy, která jde středem kruhu a kolmo k jeho rovině.

    (a) Počet obrátek je $n = 1500$ za minutu. Co budeme pozorovat na kruhu, budeme-li ho v temné místnosti osvětlovat světelnými záblesky, kterých je 100 za 1 s a z nichž každý trvá 0,003 s? (Neonka připojená k střídavému napětí.) Uvažte, že rovina osvětlovaná světlem, které bliká jasněji než 10krát za sekundu, zdá se tím jasnější, čím delší jsou časové intervaly, během kterých je osvětlována.
    [4 černé kruhové výseče o vrcholovém úhlu 67°.]

    (b) Řešte tento úkol při $n = 1470$ obrátkách za minutu.
    [výseče ubíhají vzad proti směru otáčení disku, a to o $0,5$ obrátek za sekundu.]

Obrázek 4:



18. Těleso se začíná otáčet s konstantním úhlovým zrychlením $\varepsilon = 0,04\,\mathrm{s}^{-2}$. Za jak dlouho od začátku otáčení bude celkové zrychlení libovolného bodu tělesa svírat se směrem rychlosti téhož bodu úhel $\alpha = 76°$? $[t = \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\varepsilon}} = 10\,s]$

19. Jaký je vztah mezi rychlostí pohybu středu valící se kuličky o poloměru r a mezi její úhlovou rychlostí ω, valí-li se kulička bez klouzání po dvou rovnoběžných kolejničkách, mezi kterými je vzdálenosti d (viz obrázek 5). $[v = \omega.\sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}}]$

20. $\star$ Koule o poloměru $r = 16\,\mathrm{cm}$ navlečená na vodorovnou osu se valí po vodorovné rovině rychlostí $v = 60\,\mathrm{cm.s}^{-1}$. Opisuje při tom kružnici o poloměru $R = 30\,\mathrm{cm}$ (viz 6). Vypočítejte celkovou úhlovou rychlost koule a úhel, který svírá s vodorovnou rovinou! $[\omega = v\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2}} = 4,25\,\mathrm{s}^{-1}\,]$

21. $\star$ Volně padající těleso urazilo posledních $h_1 = 20\,\mathrm{m}$ své dráhy za dobu $\tau = 0,5\,\mathrm{s}$. Vypočtěte výšku h, ze které těleso padalo. $[h = \frac{(2h_1+g\tau^2)^2}{8g\tau^2} = 90\,\mathrm{m}.\,]$

22. Jakou rychlostí v_0 je nutno hodit těleso svisle dolů s výšky $h = 40\,\mathrm{m}$, aby dopadlo

    (a) o $\tau = 1\,\mathrm{s}$ dříve než při volném pádu? $[v_0 = \frac{g\tau(\sqrt{8gh}-g\tau)}{(\sqrt{8gh}-2g\tau)} = 2,4\,\mathrm{m.s}^{-1}\,]$

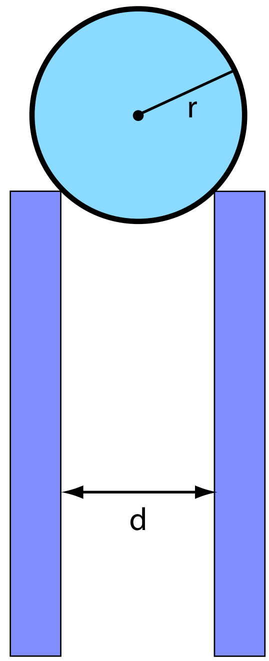
    (b) o $\tau = 1\,\mathrm{s}$ později než při volném pádu? $[\,\tau = -1\,\mathrm{s},\ v_0 = -8,5\,\mathrm{m.s}^{-1}.\,]$

23. $\star$ Dvě tělesa jsou vržena z jednoho bodu kolmo vzhůru se stejnou počáteční rychlostí $v_0 = 24,5\,\mathrm{m.s}^{-1}$, v časovém intervalu $\tau = 0,5\,\mathrm{s}$ po sobě.

    (a) Za jakou dobu od okamžiku, kdy bylo vrženo druhé těleso, a v jaké výšce h se tělesa srazí? $[\,t = \frac{2v_0-g\tau}{2g} = 2,25\,\mathrm{s},\ h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau^2}{8} = 30,3\,\mathrm{m}\,]$

    (b) Jaký je fyzikální smysl řešení, je-li $\tau \geq \frac{2v_0}{g}$?

Obrázek 5:



24. ⋆⋆ Na obrázku 7 je znázorněn pokus sloužící k ilustraci druhého pohybového zákona. Z nádobky A postavené na pohybujícím se vozíčku B odkapávají ve stejných časových intervalech kapky. Stopy kapek CCC jsou vzdáleny jedna od druhé tak, že intervaly mezi nimi tvoří aritmetickou řadu. To se považuje za důkaz toho, že se vozíček pohybuje rovnoměrně zrychleně. Máme si ověřit, zda je tento důkaz správný, uvážíme-li, že kapky padají v parabolických drahách.

[ano, je-li doba mezi dopady kapek konstantní]

25. ⋆ Chlapec hází míč na stěnu, která je ve vzdálenosti 5 m od něho, rychlostí $16\,\mathrm{m.s^{-1}}$. V jakém směru je nutno hodit míč, aby nejvyšší bod jeho dráhy po odrazu byl právě nad hlavou chlapce? (Předpokládejte, že se míč odráží od stěny se stejnou rychlostí, s jakou dopadl, a že úhel odrazu je roven úhlu dopadu.)

[$\alpha_1 = 25°\ \alpha_2 = 65°.$]

26. Světový rekord ve vrhu diskem byl 53,1 m.

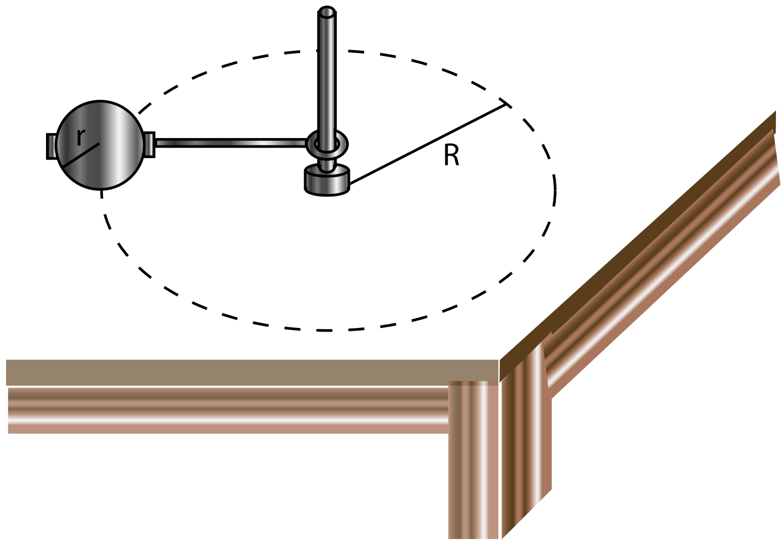
    (a) Jakou minimální rychlostí je nutno hodit disk, aby proletěl tuto vzdálenost, jestliže $g = 9,815\,\mathrm{m.s^{-2}}$? Odpor vzduchu je možné zanedbat. Předpokládejme, že místo, ze kterého se disk hází, je ve stejné výši jako místo dopadu disku.

    [$v_0 = \sqrt{\frac{gl}{\sin 2\alpha}} = 22,83\,\mathrm{m.s^{-1}}$]

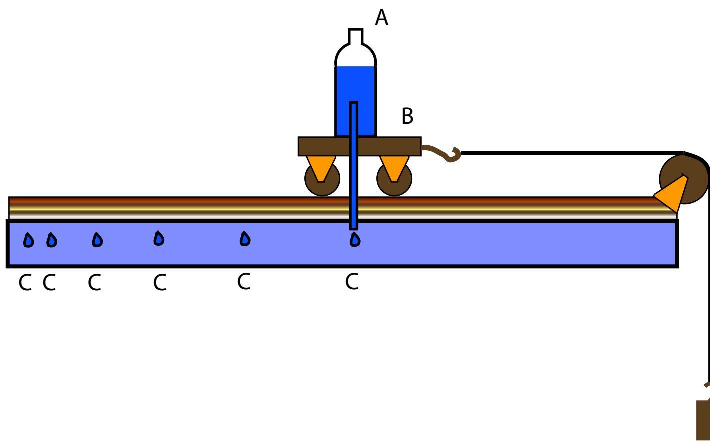
    (b) Co by se stalo při stejné počáteční rychlosti a stejném úhlu vrhu na rovníku, kde $g = 9,78\,\mathrm{m.s^{-2}}$? [$l = 53,3\,\mathrm{m}$]

    (c) Jaké údaje by měly být přidány k číslům, která udávají rekordy v hodu dis-

Obrázek 6:



Obrázek 7:



kem, aby mohla být určena počáteční rychlost disku, která vlastně charakterizuje výkon sportovce?

27. Ze stříkačky stříká proud vody pod úhlem $\alpha = 32^\circ$ k horizontální rovině a dopadá ve vzdálenosti $s = 12\,\mathrm{m}$ od stříkačky. Plocha otvoru stříkačky je $S = 1\,\mathrm{cm}^2$. Kolik vody vystříká stříkačka za $\tau = 1\,\mathrm{min}$? [$V = S\tau\sqrt{\frac{sg}{\sin 2\alpha}} = 69\,\mathrm{l}$.]

28. $\star$ Kámen byl vržen na cíl. Jednou svírala jeho počáteční rychlost s horizontální rovinou velký úhel (horní skupina úhlů), po druhé malý úhel (dolní skupina úhlů). Počáteční rychlost byla v obou případech stejná. Jaké musí být elevační úhly v prvním a druhém případě, aby doba, za kterou doletí kámen v prvním případě na cíl, byla $n = 2$ krát větší než v případě druhém?
[$\sin\alpha_1 = n\sin\alpha_2$, $\sin\alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$, $\alpha_2 = 26^\circ 34'$, $\alpha_1 = 63^\circ 26'$.]

29. Kámen byl hozen z výšky $h = 2,1\,\mathrm{m}$ nad povrchem Země pod elevačním úhlem $\alpha = 45°$ a dopadl na Zemi ve vzdálenosti $s = 42\,\mathrm{m}$ od místa, ze kterého byl hozen. Jakou rychlostí byl kámen vržen, jak dlouho letěl a jaké největší výše dosáhl?

$$[v_0 = \frac{s}{2\cos\alpha}\sqrt{\frac{2g}{s.\mathrm{tg}\,\alpha + h}} = 19,8\,\mathrm{m.s^{-1}},$$

$$h_{max} = \frac{(2h + s.\mathrm{tg}\,\alpha)^2}{4(h + s.\mathrm{tg}\,\alpha)} = 12,1\,\mathrm{m},$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2(h + s.\mathrm{tg}\,\alpha)}{g}} = 3\,\mathrm{s}.]$$

30. ⋆⋆ Pružná kulička dopadne na šikmou rovinu z výšky $h = 20\,\mathrm{cm}$. V jaké vzdálenosti od místa dopadu opět dopadne na nakloněnou rovinu? Úhel, který svírá nakloněná rovina s rovinou horizontální, je $\alpha = 37°$. $[l = 8h\sin\alpha = 96\,\mathrm{cm}.]$

31. ⋆ Kámen byl hozen rychlostí $v_0 = 20\,\mathrm{m.s^{-1}}$ pod elevačním úhlem $\alpha = 60°$. Určete poloměr křivosti R jeho trajektorie

    (a) v kulminačním bodě

    (b) v okamžiku dopadu na zem.

    Nápověda: rovnice trajektorie šikmého vrhu vyjádřete parametricky v závislosti na čase, křivost se počítá jako

$$R = \frac{\begin{vmatrix} \dot{x} & \dot{y} \\ \ddot{x} & \ddot{y} \end{vmatrix}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$[R_1 = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g} = 10,2\,\mathrm{m},]$$

$$[R_2 = \frac{v_0^2}{g\cos\alpha} = 82\,\mathrm{m}.]$$

32. ⋆ Několik nakloněných rovin $(a_1, a_2, \ldots)$ má stejný průmět $b = 30\,\mathrm{cm}$ do roviny vodorovné (viz 8).

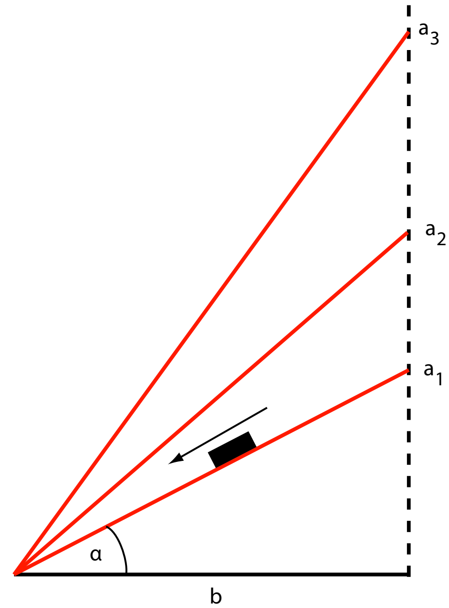
    (a) Jaký musí být úhel α sklonu roviny, aby doba klouzání předmětu po ní byla rovna $t = 0,4\,\mathrm{s}$? (Tření je zanebatelné!) $[\sin 2\alpha = \frac{4b}{gt^2}$, $\alpha_1 = 24°58'$ a $\alpha_2 = 65°2']$

    (b) Při jakém úhlu α je doba klouzání nejmenší? $[\alpha_2 = 45°]$

33. Dokažte poučku: Jestliže z nějakého bodu A začne současně klouzat ve žlábcích položených různými směry pod vlivem tíže několik kuliček, potom v libovolném okamžiku pohybu jsou všechny na povrchu jedné a téže koule. (Odpor vzduchu a tření zanedbejte).

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obrázek 8:



Literatura a prameny k dalšímu procvičování

[1] Kolářová Růžena, Salach S., Plazak T., Sanok S., Pralovszký, B.,*500 testových úloh z fyziky pro studenty středních škol a uchazeče o studium na vysokých školách*. Prometheus, Praha 2004, 2.vydání.

[2] Široká Miroslava, Bednařík Milan, Ordelt Svatopluk *Testy ze středoškolské fyziky*. Prometheus, Praha 2004, 2. vydání

[3] Lepil Oldřich, Široká Miroslava *Sbírka testových úloh k maturitě z fyziky*. Prometheus, Praha 2001, 1. vydání

[4] Ostrý Metoděj, *Fysika v úlohách 516 rozřešených příkladů*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1958

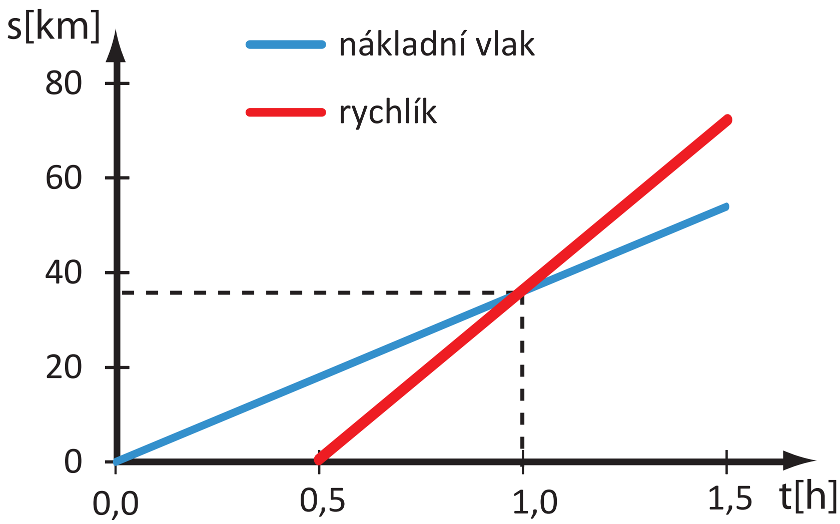
[5] Гурьев Л. Г., Кортнев А. В., Куценко А. Н., Латьев Б. В., Минкова С. Е., Протопопов Р. В., Рублев Ю. В., Тищенко В. В., Шепетура М. И., *Сборник задач по обсщему курсу физики*, Высшая школа, Москва 1966

[6] Болькенштейн, В. С., *Сборник задач по обсщему курсу физики*, Наука, Москва 1967

[7] Sacharov, D. I., Kosminkov, I. S., *Sbírka úloh z fysiky*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1953

[8] Бендриков Г.А., Бучовцев Б.Б., Керженцев В. В., Мякишев Г.Я., *Задачи по физике для поступающих в вузы*, Наука, Москва 1987

Obrázek 9:



[9] Koubek Václav, Lepil Oldřich, Pišút Ján, Rakovská Mária, Široký Jaromír, Tomanová Eva, *Sbírka úloh z fyziky II.díl pro gymnázia*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1989

[10] Ungermann Zdeněk, Simerský Mojmír, Kluvanec Daniel, Volf Ivo, *27. ročník Fyzikální olympiády brožura*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1991

[11] Klepl Václav, *Elektrotechnika v příkladech*, Práce, Praha 1962

[12] Říman Evžen, Slavík Josef B., Šoler Kliment, *Fyzika s příklady a úlohami, příručka pro přípravu na vysokou školu*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1966

[13] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I*, Prometheus, Praha 2007

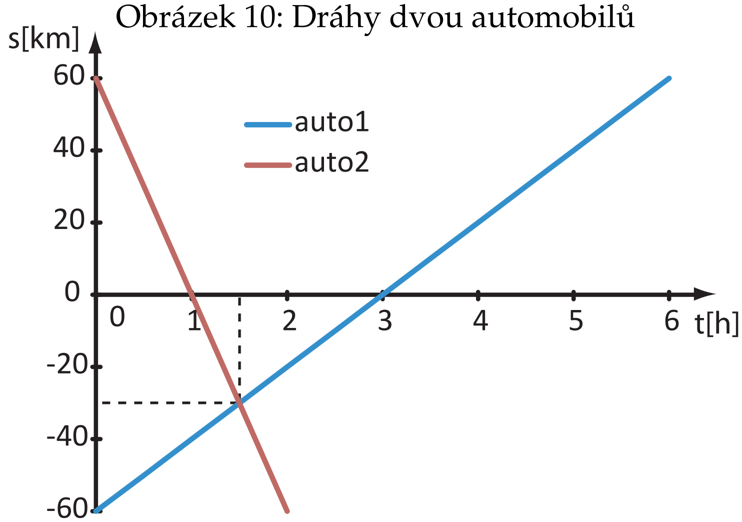
[14] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy II*, Prometheus, Praha 2008

[15] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy III*, Prometheus, Praha 2008

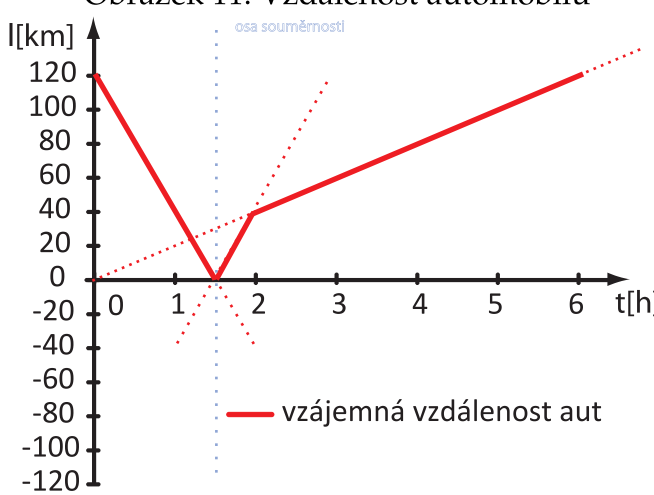
[16] Bartuška Karel, *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy IV*, Prometheus, Praha 2008

[17] vlastní tvorba

Obrázek 10: Dráhy dvou automobilů



Obrázek 11: Vzdálenost automobilů



Obrázek 12: