

4. cvičení z M1035, podzim 2021

Příklad 1. Vydělte se zbytkem polynom $x^3 + 2x$ polynomem $x^2 + 2x + 1$ a zapište racionální lomenou funkci

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 2x + 1}$$

jako součet částečného podílu a racionální lomené funkce, jejíž čítec je zbytkem dělení. Jaký je definiční obor funkce f ?

Řešení.

$$f(x) = x - 2 + \frac{3x + 2}{x^2 + 2x + 1}.$$

□

Příklad 2. Určete definiční obor a rozložte racionální lomenou funkci

$$g(x) = \frac{2x + 11}{(x - 2)(x + 3)}$$

na parciální zlomky, tj. na součet

$$g(x) = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 3}.$$

Řešení. $a = 3, b = -1$.

□

Příklad 3. Určete definiční obor a rozložte racionální lomenou funkci

$$h(x) = \frac{5x + 3}{(x + 2)^2}$$

na parciální zlomky, tj. na součet

$$h(x) = \frac{a}{x + 1} + \frac{b}{(x + 1)^2}.$$

Řešení. $a = 5, b = -2$.

□

Příklad 4. Určete definiční obor a rozložte racionální lomenou funkci

$$F(x) = \frac{3x^2 + 4x + 1}{(x - 3)(x^2 + x + 5)}$$

na parciální zlomky, tj. na součet

$$F(x) = \frac{a}{x - 3} + \frac{bx + c}{x^2 + 2x + 5}.$$

Řešení. $a = 2, b = 1, c = 3$.

□

Příklad 5. Určete, na kterých intervalech je funkce F z příkladu 4 kladná a na kterých záporná.

Příklad. 6. Pomocí pravidel pro počítání s mocninami řešte rovnice

- a) vyjádřete $9^x + 3^{x+3} - 24$ jako funkci s argumentem 3^x ,
b) vyjádřete $2^x + (0,5)^{2x-3} - 6(0,5)^x - 1$ jako funkci s argumentem 2^x ,
c) vyjádřete $\frac{5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}}{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}}$ jako funkci s argumentem $\left(\frac{5}{3}\right)^x$.

Příklad. 7. Načrtněte grafy funkcí $x, x^2, x^3, \frac{1}{x}, 2^x, \left(\frac{1}{2}\right)^x, 3^x, \left(\frac{1}{3}\right)^x$ a pokuste se porovnat, jak rychle rostou nebo klesají.