6. cvičení z M1035, podzim 2021

Příklad. 1. Nakreslete grafy funkcí a určete periodu těchto funkcí.

a) $f(x) = \sin(3x) - 4$,
b) $f(x) = 2\cos(\frac{x}{2}) + 1$,
c) $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$,
d) $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{3})$,
e) $f(x) = \cot(\frac{x}{3})$.

Příklad. 2. Určete definiční obor, obor hodnot a nakreslete grafy funkcí

a) $f(x) = \arcsin x$.
b) $f(x) = \arcsin x + 2\pi$. Co je inverzní funkce?
c) $f(x) = \pi - \arcsin x$. Co je inverzní funkce?
d) $f(x) = \arccos x + 4\pi$. Co je inverzní funkce?
d) $f(x) = \pi - \arccos x$. Co je inverzní funkce?
e) $f(x) = \arcsin x + \arccos x$.
f) $f(x) = \arctan x + 3\pi$. Co je inverzní funkce?
g) $f(x) = \frac{\pi}{2} - \arctan x$. Co je inverzní funkce?

Příklad. 3. Pro komplexní číslo $z = a + \mathrm{i}\, b$ definujeme hodnotu expenenciály $\exp^z = \mathrm{e}^z$ takto:

$$\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^{a+\mathrm{i}\, b} = \mathrm{e}^a \cdot (\cos b + \mathrm{i} \sin b).$$

Pomocí součtových vzorců dokažte, že všechna komplexní čísla z_1, z_2 platí

$$\mathrm{e}^{z_1+z_2} = \mathrm{e}^{z_1} \cdot \mathrm{e}^{z_2}\,.$$

Příklad. 4. Řešte v $\mathbb{R}$ následující rovnice:

a) $\sin 2x = \sin x$,
b) $\cos 3x + \sin 3x = 0$,
c) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 1$,
d) $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$,
e) $2\sin^2 x + 7\cos x - 5 = 0$,
f) $\sin 5x \cos 3x = \sin 6x \cos 2x$.

Řešení. (a) Použijte vzorec pro dvojnásobný úhel.
(b) Vzpomeňte si na tangens.
(c) Vydělte dvěma a vzpomeňte si na součtové vzorce.
(d) Použijte vzorec pro rozdíl sinů.
(e) Převeďte na kvadratickou rovnici.
(f) Použijte vhodný vzorec. (Součet sinů.) $\square$