

10. cvičení z M1035, podzim 2021

V pondělním cvičení jsme udělali příklady 1 až 4.

Příklad 1. Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arccos\left(\frac{1-x}{1-2x}\right)$$

a načrtněte její graf:

Řešení. Definiční obor je $(-\infty, 0] \cup [2/3, \infty)$. □

Příklad 2. V čisté vodě platí vztah pro iontový součin vody K_w (je konstantní pro dané podmínky)

$$K_w = [H^+] \cdot [OH^-],$$

kde $[H^+]$ je koncentrace vodíkových kationtů a $[OH^-]$ je koncentrace hydroxydových aniontů. Určete funkci $[H^+] + [OH^-]$ v závislosti na $[H^+]$ a stanovte minimum této funkce.

Příklad 3. Napište rovnici tečny a normály ke grafu funkce f v bodě x_0 :

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$, $x_0 = 1$.

b) $f(x) = x^2 - x + 1$, $x_0 = 3$.

Příklad 4. Pomocí diferenciálu (derivace) ve vhodném bodě spočítejte přibližnou hodnotu následujících výrazů

a) $\sin 29^\circ$,

b) $\arctan 1,05$.

Příklad 5. Najděte primitivní funkce k následujícím funkcím

a) $f(x) = x^3$,

b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$,

c) $f(x) = \frac{1}{x}$ pro $x \in (0, \infty)$ a pro $x \in (-\infty, 0)$.

d) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x-1} + 2$,

e) $f(x) = \frac{1}{2x-5}$,

f) $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$,

g) $f(x) = \tan^2 x$,

h) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 9}$,

i) $f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 9}$,

j) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$,

Příklad. 6. Najděte primitivní funkce k následujícím funkcím pomocí integrace per partes

a) $f(x) = x \cos x$,

b) $f(x) = \arctan x$,

c) $f(x) = x e^x$,

d) $f(x) = x^2 e^x$, (integraci per partes je potřeba použít dvakrát),

d) $f(x) = e^x \sin x$, (integraci per partes je potřeba použít dvakrát).