

11. cvičení z M1035, podzim 2021

Na pondělním cvičení jsme udělali příklady označené velkými písmeny.

Příklad. 1. Zopakujte si primitivní funkce k následujícím funkcím

- A) x^α pro $\alpha \neq 1, \frac{1}{x}, \cos x, \sin x, \frac{1}{\cos^2 x}, \frac{1}{1+x^2}, \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, \sqrt{1+x^2}$. Najděte primitivní funkce k následujícím funkcím
- B) $f(x) = \frac{1}{5x^2}$,
- C) $f(x) = \frac{1}{x+3}$ pro $x \in (-3, \infty)$ a pro $x \in (-\infty, -3)$.
- D) $f(x) = \frac{1}{2x-5}$,
- E) $f(x) = \tan^2 x$, (upravte pomocí $\cos^2 x$),
- F) $f(x) = \frac{1}{5x^2+1}$,

Příklad. 2. Najděte primitivní funkce k následujícím funkcím pomocí integrace per partes

- A) $f(x) = x \sin x$,
- B) $f(x) = \arcsin x$,
- C) $f(x) = x \arctan x$,
- d) $f(x) = x^n e^x$ pomocí primitivní funkce k funkci $x^{n-1} e^x$,
- e) $f(x) = e^x \cos x$, (integraci per partes je potřeba použít dvakrát),
- f) $f(x) = \sqrt{x} \ln^2 x$, (integraci per partes je potřeba použít dvakrát),

Příklad. 3. Pomocí vhodné substituce $t = \varphi(x)$ spočítejte

- A) $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$,
- B) $\int \frac{x^2 dx}{(8x^3+27)^{\frac{2}{3}}}$,
- C) $\int x^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx$,
- D) $\int \frac{x}{3-2x^2} dx$,
- e) $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$,
- f) $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$, ($t = \sqrt{x}$),
- g) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$,

h) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx,$

i) $\int \sin^5 x \cos x dx,$

Příklad. 4. Pomocí rozkladu na parciální zlomky spočítejte

a) $\int \frac{2x + 3}{(x - 2)(x + 5)} dx,$

b) $\int \frac{x^4 dx}{x^4 + 5x + 4},$

d) $\int \frac{x dx}{x^3 - 3x + 2},$

e) $\int \frac{dx}{x^4 - 1}.$