

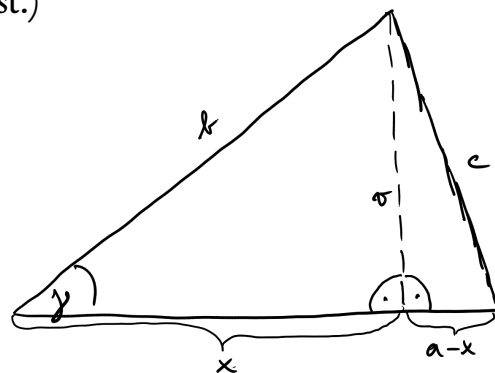
1 Jistě si pamatujete, že plocha jakéhokoli trojúhelníku je rovna „ $\frac{1}{2} \cdot (\text{základna}) \cdot (\text{výška})$ “. Řekněme, že máme obecný trojúhelník, v němž známe dvě strany a, b a úhel γ jimi sevřený. Zapište pomocí těchto údajů plochu trojúhelníka.

2 Zapište vzorec předchozí úlohy pro všechny úhly (a přílehlé dvojice stran). Ať už ji počítáme jakkoli, musí být plocha trojúhelníka samozřejmě stejná, takže můžeme mezi všechny tři výrazy pro plochu napsat rovníčka. Uvidíte pak, jak z těchto rovností odvodit *sinovou větu*:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}?$$

(Zkuste si vzít rovnost mezi každou dvojicí výrazů pro plochu zvlášť.)

3 Zase si vezměme ten trojúhelník, v němž známe dvě strany (třeba a, b) a úhel mezi nimi (γ). Zvládli byste spočítat délku třetí strany c ? Pomůže Vám obrázek. Strana a je bohužel rozdělena na kusy o délkách x a $a - x$, ovšem délku x , stejně jako výšku v , můžete spočítat z levého pravoúhlého trojúhelníka. Pokuste se o to.



4 Loď pluje v noci poblíž dvou majáků, které jsou od sebe vzdáleny 10 kilometrů. Oba dva majáky jsou teď v zákrytu, od lodi směrem přesně na západ. Po hodinové plavbě severním směrem vyjde najevo, že jeden maják je přesně na jihozápadě, druhý na jihojihozápadě. Jak rychle loď pluje?

5 Papír A4 (stejně jako všechny ostatní papíry „A(něco)“) má poměr stran $\sqrt{2}$ ku jedné. Dovedli byste pouhým překládáním papíru s těmito úlohami (nebo nějaké jiné A4, A5 apod.) dokázat, že $\text{tg } \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$? Dám Vám k tomu dvě rady:

1. Zamyslete se nad tím, jak na delší straně (o délce $\sqrt{2}$) vyznačit bod, který je od konce vzdálen přesně o délku kratší strany (1).
2. Vymyslete, jak se dá pomocí překládání rozpůlit úhel. Též si uvědomte, že $\pi/8$ je čtvrtina pravého úhlu (který je v rozích papíru).