

# Optimalizační úlohy

**1** Máme čtvercový kus plechu o straně  $a$ , z něhož chceme udělat hranatou nádobu. V rozích odřežeme čtyři čtverečky, načež čtyři postranní části ohneme nahoru a spojíme. Jak vysokou máme nádobu udělat, chceme-li, aby měla co největší objem?

**2** Z válcového kmene chceme vytesat trám obdélného průřezu tak, aby měl co největší nosnost. Jaký má být poměr stran, je-li nosnost úměrná součinu šířky a čtverce výšky trámu?

**3** Jaký tvar má mít bazén s čtvercovým dnem, aby se při zadaném objemu spotřebovalo co nejméně materiálu na vyzdění dna a stěn?

**4** Jaký tvar má mít válec, aby měl při zadaném objemu co nejmenší povrch?

**5** Jakou největší část plochy půlkruhu může zabírat obdélník, který je do něj vepsán?

**6** Do jaké výšky máme pověsit lampu nad střed kruhového stolu o poloměru  $r$ , chceme-li, aby byla na kraji stolu co možná největší intenzita osvětlení? Intenzita je v každém bodě stolu rovna  $\frac{k \sin \varphi}{r^2}$ , kde  $\varphi$  je úhel mezi dopadajícími paprsky a deskou stolu,  $r$  je vzdálenost daného bodu od lampy a  $k$  je konstanta úměrnosti.

**7** Mějme železnici vedoucí ze severu na jih, která končí v Horní Dolní. O kus dál je fabrika, která je od železnice vzdálena o  $a$  kilometrů a je o  $b$  kilometrů severněji než Horní Dolní. Pod jakým úhlem máme z fabriky postavit přípojku k železnici, pokud chceme, aby přeprava z fabriky do Horní Dolní vyšla co nejlevněji? Přeprava po přípojce stojí  $p$  zlatáků za kilometr, po původní železnici  $q$  zlatáků na kilometr ( $p > q$ ).

**8** Ze silnice o šířce  $a$  odbočuje pod pravým úhlem menší silnička o šířce  $b$ . Jaká je největší délka vozidla, které se na odbočce dokáže vytočit, aniž by opustilo vozovku?

**9** Z kruhu o poloměru  $r$  vyřízneme výseč se středovým úhlem  $\varphi$  a rovné části slepíme k sobě, takže vznikne kornout. Jaký má být středový úhel, aby byl objem výsledného kornoutu co největší? (**Nápověda:** Výseč má obvod  $\varphi$  (nepočítáme-li části, které se později slepí). Z tohoto obvodu se po slepení stane obvod podstavy kužele.)