

# Zbytky, intuice, technikálie

- 1** Máme pomeranč o objemu  $V$  s velmi tenkou slupkou o tloušťce  $dx$ . Jak se změní  $V$ , jestliže slupku oloupeme?
- 2** Kolikrát může funkce protínat svou asymptotu se směrnicí? Je tam nějaká horní hranice, za kterou už nelze jít?
- 3** Jaký je definiční obor funkce  $W(x)$ , která je definována jako inverzní funkce k  $xe^x$ ? (Wikipedie je zakázána, zkuste na to přijít sami! Pokud nevíte jak, zkuste nejdřív zjistit, jakých všech hodnot může nabývat  $xe^x$ .)
- 4** Když po použití l'Hospitalova pravidla dostaneme limitu, která neexistuje, znamená to, že původní limita taky neexistuje? (**Nápověda:** Vyšetřete např. limitu  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x - \sin x}$ .)
- 5** Běžec cvičí běh na přímé trati tak, že běží ze startu do cíle a pak zase zpátky. Dokažte, že pokud jeho rychlost je spojitá, musela být v nějakém okamžiku nulová.
- 6** Vypočtěte limitu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin ax}{\ln \sin bx}$ .

Tyhle úlohy jsou tu trochu „vedle“, protože jsou míněné na Weierstrassovu větu a ta s derivacemi nutně nijak nesouvisí. Ale přesto bych byl rád, kdybyste si je vyzkoušeli.

- 7** Dokažte, že v některém okamžiku Vašeho života jste měřili právě 1 metr.
- 8** Mnich za úsvitu přišel k patě hory a celý den strávil výstupem nahoru. Tam přespal v chrámu a dalšího dne opět za úsvitu vyrazil a celý den strávil sestupem dolů po téže cestě. Dokažte, že na cestě existuje aspoň jeden bod takový, že tam mnich byl v oba dny přesně ve stejný čas.
- 9** Dokažte, že na rovníku jsou dva takové body přesně naproti sobě, v nichž je stejná teplota.