

První písemka

Tahle písemka má možná složitější strukturu, než na jakou jste zvyklí. Funguje ale podle dvou jednoduchých pravidel:

- o. Je to písemka à la „švédský stůl“. **Není míněná tak, že máte vyřešit všechno, ani se o to nesnažte!**
1. Z každého barevného kastlíku můžete získat max. 1 bod (tj. i pokud byste vyřešili úlohy za víc, dostanete jenom jeden bod).
2. Z celé písemky můžete získat max. 2 body.

Pište prosím VŽDY postupy! Hodnotím primárně postup, ne výsledek. U složitějších úvah se prosím zkuste vyjadřovat v celých větách.

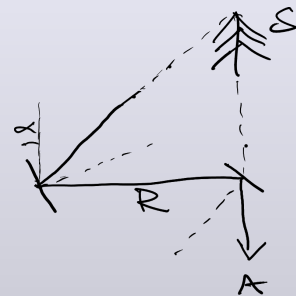
Počítářství

- 1 Zapište číslo $1 + e^{i\varphi}$ (kde $-\pi < \varphi < \pi$) v polárním tvaru (tj. jako nějaké $re^{i\psi}$). [½ bodu]
- 2 Vyjádřete $\cos 3x$ pouze pomocí $\cos x$. [½ bodu]
- 3 Zjednodušte výraz $a^{\frac{\ln(\ln x)}{\ln x}}$. [½ bodu]

Slovní úlohy

4 Dvě železnice ve tvaru úsečky se křižují pod pravým úhlem. Na obou železnicích vyjedou ve stejné chvíli z konečných stanic vlaky stálou rychlostí v směrem k průsečíku. Kdy k sobě budou oba vlaky nejbliž a jaká bude tato minimální vzdálenost, jestliže první vlak začíná ve vzdálenosti a od průsečíku, zatímco druhý začíná ve vzdálenosti b ? (**Nápověda:** zkuste doplnit na čtverec v proměnné t (tj. v čase).) [1 bod]

5 Na stůl o straně R připevníme dvě zrcátka tak, jak je to znázorněno na obrázku. Díváme se z bodu A na vzdálený strom S , přičemž stůl nám část stromu zakrývá. Nato otáčíme levým zrcátkem tak dlouho, dokud obraz v pravém zrcátku nebude přesně navazovat na vršek stromu, který vidíme přes něj. Jak můžete z natočení zrcátka (na obrázku α) zjistit, jak je strom daleko? [1 bod]



Technikálie

- 6 Ukažte, že každou funkci $f(x)$, která je definována pro všechna reálná x , lze zapsat jako součet sudé a liché funkce. [1 bod]
- 7 Nalezněte všechny funkce $f(x)$, které jsou definovány pro všechna reálná x a které jsou sudé i liché zároveň. [1 bod]