

## M9750 Robustní a neparametrické statistické metody

### cvičení 6 - robustní odhady vícerozměrného parametru

1. Zkoumejte chování vícerozměrného výběrového průměru a Jamesova - Steinova odhadu na základě náhodného výběru z  $p$ -rozměrného normálního rozdělení o rozsahu  $n = 30$  se střední hodnotou  $\boldsymbol{\theta} = (1, \dots, 1)'$  a varianční maticí  $\boldsymbol{\Sigma} = \sigma^2 \mathbf{I}_p$ . Pro jednoduchost volte  $p = 3$  a  $\sigma^2 = 1$ .
  - (a) Pro daný náhodný výběr spočítejte oba příslušné odhady a spočítejte jejich empirickou střední čtvercovou chybu.
  - (b) Celý postup opakujte 10 000 krát. Na základě těchto simulací odhadněte střední čtvercovou chybu obou odhadů (průměr empirických středních čtvercových chyb).
  - (c) Výsledky z bodu (b) porovnejte. Výsledek porovnejte i s teoretickou hodnotou střední čtvercové chyby pro výběrový průměr.
  - (d) Pro porovnání zkoumejte i positive part Jamesův - Steinův odhad.
2. Uvažujte data `heptathlon` z knihovny `HSAUR` (proměnné `hurdles` a `shot`).
  - (a) Data si nejprve vykreslete a tipněte si, která pozorování budou mít největší a která nejmenší hloubku.
  - (b) Ke každému pozorování do grafu přidejte jeho hloubku.
  - (c) Nakreslete graf kontur Tukeyho hloubky.
  - (d) Najděte oblast s největší hloubkou a Tukeyho medián.
  - (e) Přidejte jej do grafu, stejně tak i marginální a  $L_1$  medián. Výsledky porovnejte.
3. Pracujte se stejnými daty.
  - (a) Proveďte jednorozměrnou exploratorní analýzu proměnných `hurdles` a `shot`. Obsahují proměnné nějaké odlehlé hodnoty?
  - (b) Proveďte mnohorozměrnou exploratorní analýzu. Vykreslete si bagplot. Obsahují data nějaká odlehlá pozorování?
4. Pracujte s daty `water` z knihovny `HSAUR`. Pomocí bagplotů porovnejte vztah mezi úmrtností a tvrdostí pitné vody v severních a jižních městech Anglie.

Funkce, které by se mohly hodit: `apply`, `points`, `abline`, funkce `mvrnorm` z knihovny `MASS`, funkce `depth`, `isodepth`, `med` z knihovny `depth` a funkce `bagplot` z knihovny `aplpack`.