

# Domácí úkoly

## Kvadratické formy

1. V nějaké bázi na reálném vektorovém prostoru  $V_4$  je dána kvadratická forma  $F$ . Určete její normovanou polární bázi, normální tvar rovnic, typ formy, signaturu a transformační rovnice přechodu k normovaným polárním bázím.

$$F(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - x_2^2 - 2x_3^2 - x_4^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_3x_4$$

2. V ortonormální bázi na euklidovském vektorovém prostoru  $V_3$  je dána kvadratická forma  $G$ . Pomocí ortonormálních transformací určete kanonický tvar rovnic, typ formy, ortonormální polární bázi a rovnice transformace souřadnic, které převádí formu do kanonického tvaru.

$$G(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 4x_2x_3$$

## Kuželosečky v projektivní rovině

3. Určete rovnice kuželosečky, která prochází body  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (1, -1, 1)$ ,  $C = (-1, 2, 1)$ ,  $D = (0, -1, -1)$  a  $E = (2, 0, 1)$ .
4. Na přímce  $p : 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 0$  nalezněte bod polárně sdružený s bodem  $A = (3, 3, -1)$  vzhledem ke kuželosečce  $k : 2x_1^2 + 3x_2^2 - 5x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3 = 0$ .
5. Určete tečny kuželosečky  $k : 2x_1^2 + x_2^2 - 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3 = 0$ , které prochází bodem  $M = (3, 4, 1)$ . Určete také tečné body.
6. Pomocí transformace projektivních homogenních souřadnic určete normální rovnici a projektivní typ kuželosečky. Určete transformační rovnice, které převádějí rovnici kuželosečky do normálního tvaru.

$$k : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 = 0$$

## Kuželosečky v afinní rovině

7. Určete střed kuželosečky  $k : x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x - 3y - 7 = 0$ .
8. Určete asymptoty kuželosečky  $k : 3x^2 + 2xy - y^2 + 8x + 10y + 14 = 0$ .
9. Určete dvojici sdružených průměrů kuželosečky  $k : 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ , z nichž jeden prochází bodem  $P[1, -2]$ .
10. Určete afinní typ kuželosečky, normální tvar rovnic, normovaný afinní polární repér a transformační rovnice afinních souřadnic do normovaného afinního polárního repéru.

$$k : x^2 - 6xy + 9y^2 - 12x + 14y - 9 = 0$$

11. Určete afinní typ kuželosečky, normální tvar rovnic, normovaný afinní polární repér a transformační rovnice afinních souřadnic do normovaného afinního polárního repéru.

$$k : 5x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$$

## Kuželosečky v euklidovské rovině

12. Určete osy a vrcholy kuželosečky  $k : x^2 + 2xy + y^2 - 3x - y - 4 = 0$ .

13. Pomocí transformací kartézských souřadnic určete typ, kanonickou rovnici a transformační rovnice, které převedou rovnici kuželoseček do kanonického tvaru.

$$k : 4x^2 - 4xy + y^2 - 3x + 4y - 7 = 0$$

14. Pomocí transformací kartézských souřadnic určete typ, kanonickou rovnici a transformační rovnice, které převedou rovnici kuželoseček do kanonického tvaru.

$$k : 5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0$$

15. Pomocí transformací kartézských souřadnic určete typ, kanonickou rovnici a transformační rovnice, které převedou rovnici kuželoseček do kanonického tvaru.

$$k : x^2 - 2xy + y^2 - 12x + 12y - 14 = 0$$