

Cvičení 2: Prvočísla

Příklad 1. Nalezněte všechna prvočísla p taková, že i $4p^2 + 1$ a $6p^2 + 1$ jsou prvočísla.

Příklad 2. S využitím dělitelnosti dokažte, že $\sqrt{2}$ není racionální číslo. Pokuste se zobecnit.

Nápověda: postupujte sporem, uvažte zlomek v základním tvaru.

Příklad 3. Dokažte, že je-li pro $a, b \in \mathbb{Q}$ číslo $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ racionální, jsou i čísla \sqrt{a} a \sqrt{b} racionální.

Příklad 4. Jsou-li m, n nesoudělná přirozená čísla, m liché, pak $(m+2n, m^2+4n^2) = 1$. Dokažte.