

06. Geometrie, její historie a výuka

Geometrie (na elementární úrovni) je matematická věda, která se zabývá otázkami tvarů, velikostí a proporcí obrazců či těles v rovině, resp. prostoru. Podle toho ji členíme na *planimetrii* a *stereometrii*. V nich zkoumáme i různá významná zobrazení, jako jsou zejména shodnosti a podobnosti.

První představy o tvarech a velikostech fyzických objektů měli lidé již v pravěku. Ve starověku dílčí izolované geometrické poznatky (o tvarech těles, měření délek, výpočtech obsahů a objemů) sloužily lidem při stavebních pracích, v zeměměřičtví a astronomii.

Prerod této *praktické geometrie* pro řemeslníky, úředníky a hvězdáře ve skutečnou vědu nastal ve starém Řecku ve 3.-4. stol. př.n.l. a je spojený s dílem *Základy*, jehož autorem je EUKLEIDES Z ALEXANDRIE. Jsou v něm shrnuty poznatky předchozích generací řeckých matematiků a doplněny poznatky nové, přitom vše je zpracováno v uceleném, vzájemně provázaném deduktivním systému. Jeho podstatou je požadavek, že kromě souboru výchozích pojmů (které se nedefinují) a souboru výchozích poznatků (které se nedokazují), všechny další pojmy a poznatky je třeba přesně definovat, resp. dokázat, přičemž je k tomu možno používat pouze dříve definované pojmy a dokázané poznatky.

V období středověku je geometrie rozvíjena arabskými učiteli, kteří se v souvislosti s aplikacemi v astronomii zasloužili o vznik rovinné i sférické *trigonometrie*.

V období novověku zaznamenejme vznik *analytické geometrie*, o který se v 17. stol. zasloužil RENÉ DESCARTES. Původní eukleidovská geometrie (bez souřadnic) se začala nazývat *syntetická geometrie*. Od ní se v 18. stol. díky spisu GASPARD MONGEHO odděluje disciplína, které dnes říkáme *deskriptivní geometrie*.

Dalším mezník ve vývoji geometrie se datuje do 19. století, kdy bylo konečně dokázáno, že tvrzení o existenci jediné přímky, která prochází daným bodem rovnoběžně s danou přímkou, nelze dokázat z ostatních výchozích poznatků Eukleidových Základů. To vedlo k objevu nových *neeuclidovských geometrií* (CARL FRIEDRICH GAUSS, NIKOLAJ IVANOVICH LOBAČEVSKIJ, JÁNOS BOLYAI), kterým se později dostalo i praktických uplatnění.

Náš stručný přehled o vývoji geometrie ukončíme zmínkou o díle *Grundlagen der Geometrie* z roku 1899, ve kterém DAVID HILBERT jako první přesně vymezil všechny axiomy eukleidovské syntetické geometrie.

Výuka syntetické geometrie u nás postupně probíhá na obou stupních základních škol i na školách středních. Na ZŠ si žáci na intuitivní úrovni upevňují prvotní geometrické představy a poznatky, seznamují se se základy geometrické terminologie, učí se používat rýsovací prostředky při řešení jednoduchých konstrukčních úloh a poznávají souvislosti geometrie s aritmetikou a algebrou při řešení početních geometrických úloh. Lze konstatovat, že geometrie na základní škole má primárně názorný a převážně induktivní charakter (důkazy geometrických tvrzení se téměř neuvádějí, správnost konstrukcí se ověřuje praktickým rýsováním, stejně jako například existence průsečíku výšek obecného trojúhelníku.)

Oproti tomu na SŠ (zejména gymnáziích) se v návaznosti na přípravu ze ZŠ přistupuje ve velké míře k *deduktivnímu* odvozování nových geometrických poznatků. Ani zde se však zdaleka nejedná o úplnou deduktivní výstavbu, která by byla příliš náročná myšlenkově i časově (ve 20. století se i u nás takové chybné experimenty s částečnou axiomatikou prováděly). Hlavním cílem vyučování geometrie na SŠ zůstává „pouze“ *praktické ovládnutí pojmů a metod eukleidovské geometrie*. Ani to není snadný úkol, neboť tento cíl zahrnuje osvojení poměrně velkého množství pojmů, poznatků, termínů, vzorců a konstrukcí.

Výuka geometrie kromě zmíněného odborného cíle má rovněž svůj *obecně intelektuální a výchovný význam*, který možná v některých ohledech i odborný cíl převyšuje (zejména se to týká skupin žáků, kteří ve svém dalším běžném životě i budoucí profesi příliš mnoho geometrických znalostí a dovedností nevyužijí). Vyučování geometrie přispívá k rozvoji *prostorové představivosti* žáků. Tento vliv je o to výraznější, čím více učitelé dbají při výuce na názornost, používají k tomu školních modely těles, demonstrační programy počítačů apod. O zkoumaných obrazcích a tělesech musí mít žáci jasnou a určitou představu, musí je dobře „vidět“. Dostane-li žák například otázku, jak se měří odchylka dvou různoběžných rovin, neměl by ve své paměti pátrat po nějakém vzorci či slovní poučce; měl by si takovou dvojici rovin vizuálně představit, uvidět v tom obrazu jejich průsečnici a dvojici k ní kolmých přímk, jejíž odchylku bude určovat, a pak slovně přesně popsat, o jaké přímky se jedná.

Praktické zapojení žáků do hodin geometrie přispívá i ke zvyšování úrovně jejich *přesného vyjadřování*. Poskytuje totiž řadu příležitostí k tomu, aby se žáci učili formulovat definice (rodový a druhový znak: rovnoběžník je čtyřúhelník, který ...). Je zároveň dobrým cvičením k pěstování *logické gramotnosti* žáků, kteří se učí rozlišovat podmínky a závěry matematických vět, třídit jejich podmínky nutné a dostačující. (Jaké vlastnosti úhlopříček čtyřúhelníku charakterizují rovnoběžník, jaké kosotvorce a jaké pravoúhelník?)

V neposlední řadě je nutné zmínit, že pozorné sledování výuky geometrie a samostatné plnění zadávaných úkolů učí žáky *myšlenkové soustředěnosti*, práce s pravítkem a kružítkem rozvíjí jejich *motorické schopnosti*.

KONEC DOKUMENTU