14. Osové souměrnosti, vlastnosti a užití

Definice osové souměrnosti.
Vlastnosti osové souměrnosti. Souměrně sdružené body a útvary v dané osové souměrnosti. Osově souměrné útvary.
Úlohy o nejkratších lomených čarách. Úlohy o odrazech. Konstrukce osově souměrných útvarů. Konstrukce trojúhelníků v případech vymezených typem jednoho ze tří zadaných prvků (o jaké typy se jedná?).

Definice. Je dána přímka o. Osová souměrnost s osou o je shodné zobrazení $\mathcal{O}(o)$, které přiřazuje

(1) každému bodu $X \notin o$ bod $X' \neq X$ tak, že přímka o je osa úsečky XX',
(2) každému bodu $Y \in o$ bod $Y' = Y$.

Poznámky.

(1) V učebnicové definici je pojem „osa úsečky“ rozveden: přímka o je kolmá k úsečce XX' a prochází jejím středem.
(2) Často $\mathcal{O}(o)$ stručně nazýváme „souměrnost podle přímky o“.

Vlastnosti osové souměrnosti.

(1) Inverzní zobrazení k $\mathcal{O}(o)$ je samo zobrazení $\mathcal{O}(o)$.
(2) Samodružné body $\mathcal{O}(o)$ jsou právě body přímky o, samodružné přímky kromě o jsou právě ty přímky, které jsou k přímce o kolmé.
(3) O obrazu p' každé přímky p platí:
Je-li $p \parallel o$, je i $p' \parallel o$, přitom v případě $p \neq o$ je přímka o osou rovnoběžných přímek p, p' (neboli osou pásu mezi nimi).
Obrazem přímky p různoběžné s o je přímka p', která protíná osu o ve stejném bodě a pod stejným úhlem jako přímka p.
(4) Osová souměrnost je nepřímá shodnost, tj. mění orientaci každého úhlu.

Příklad 1. Uvnitř jedné z polorovin vyťatých přímkou p jsou dány dva různé body A a B. Na přímce p sestrojte bod X tak, aby lomená čára AXB měla nejmenší možnou délku.

Příklad 2. Je dán ostrý úhel XVY a jeho vnitřní bod C. Sestrojte trojúhelník ABC tak, aby vrchol A ležel na rameni VX, vrchol B na rameni VY a aby obvod ΔABC byl co nejmenší.

Příklad 3. Sestrojte dráhu kulečníkové koule z daného bodu A do daného bodu B s dvěma odrazy od sousedních hran stolu (viz obr.).

Příklad 4. Jsou dány kružnice k a l, přímka p a na ní bod S. Sestrojte pravoúhelník $ABCD$ tak, aby jeho strana AB ležela na přímce p, měla střed v bodě S a aby vrcholy C a D ležely po řadě na kružnicích k a l.

Příklad 5. Sestrojte ΔABC, jsou dány strany a, b a úhel $\varepsilon = \alpha - \beta$, přičemž $a > b$ a $\varepsilon > 0$.

Konec dokumentu