

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ
TÉMA 0: OPAKOVÁNÍ ZÁKLADŮ MATEMATIKY

TEORIE

VERONIKA HORSKÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022

Opakování základů matematiky - Přehled pojmů

Obory hodnot, množinový zápis

- $\mathbb{R} = (-\infty; \infty)$... množina reálných čísel
 - $\mathbb{R}^+ = (0; \infty)$... množina kladných reálných čísel
 - $\mathbb{R}_0^+ = \langle 0; \infty \rangle$... množina kladných reálných čísel + nula
 - $\mathbb{R}^- = (-\infty; 0)$... množina záporných reálných čísel
 - $\mathbb{R}_0^- = (-\infty; 0)$... množina záporných reálných čísel + nula
- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$... množina přirozených čísel
 - $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$... množina přirozených čísel + nula
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$... množina celých čísel
 - $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$... množina kladných celých čísel ($\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$)
 - $\mathbb{Z}_0^+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$... množina kladných celých čísel + nula ($\mathbb{Z}_0^+ = \mathbb{N}_0$)
 - $\mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$... množina záporných celých čísel
 - $\mathbb{Z}_0^- = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$... množina záporných celých čísel + nula
- $\mathbb{R} \setminus \{a\}$... množina reálných čísel bez čísla a

Intervalový zápis

- $(a; b)$... otevřený interval (obsahuje reálná čísla mezi a a b vyjma hodnot a a b)
- $\langle a; b \rangle$... zleva uzavřený interval (obsahuje reálná čísla mezi a a b včetně a a vyjma b)
- $(a; b]$... zprava uzavřený interval (obsahuje reálná čísla mezi a a b vyjma a a včetně b)
- $\langle a; b \rangle$... uzavřený interval (obsahuje reálná čísla mezi a a b včetně a a b)
- $(-\infty; a) \cup (a; \infty)$... analogie množinového zápisu $\mathbb{R} \setminus \{a\}$

Zlomky

- sčítání, odčítání, násobení, dělení zlomků
- rozšíření a krácení zlomků
- převod nepravých zlomků na smíšená čísla a naopak
- určení znaménka zlomku podle znaménka čitatele a jmenovatele:
 - $\frac{\oplus}{\oplus} = \oplus$
 - $\frac{\ominus}{\oplus} = \ominus$
 - $\frac{\oplus}{\ominus} = \ominus$
 - $\frac{\ominus}{\ominus} = \oplus$

Algebraické výrazy

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Mocniny a odmocniny**• Vzorce**

- $x^m x^n = x^{m+n}$
- $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
- $(xy)^n = x^n y^n$
- $(x^m)^n = x^{mn}$
- $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$
- $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$
- $\frac{1}{\sqrt[n]{x}} = x^{-\frac{1}{n}}$

• Specifické hodnoty

- $x^0 = 1$
- $x^1 = x$
- $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$
- $x^{-1} = \frac{1}{x}$
- $x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Logaritmy

- Přírodní logaritmus ... $\log_e(x) = \ln(x)$, $x \in (0; \infty)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
- $a \ln(b) = \ln(b^a)$
- $\ln^a(b) = (\ln(b))^a$
- $\ln(0)$ neexistuje
- $\ln(1) = 0$

Grafy a tvary funkcí

- $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$
- $f(x) = x^2$
- $f(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \sqrt{x}$
- $f(x) = e^x$
- $f(x) = \ln(x)$
- $f(x) = \sin(x)$
- $f(x) = \cos(x)$

Definiční obory funkcí

- $f(x) = \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$
- $f(x) = \sqrt[3]{x} \rightarrow x \in \mathbb{R}$
- $f(x) = \frac{1}{x} \rightarrow x \neq 0$
- $f(x) = \ln(x) \rightarrow x > 0$
- $f(x) = \ln|x| \rightarrow x \neq 0$

Goniometrické funkce

- **Vzorce**

- $\sin^a(x) = (\sin(x))^a$
- $\cos^a(x) = (\cos(x))^a$
- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
 - * $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$
 - * $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$
- $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
- $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

- **Specifické hodnoty**

- $\sin(0) = 0, \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \sin(\pi) = 0, \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1, \sin(2\pi) = 0$
- $\cos(0) = 1, \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \cos(\pi) = -1, \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0, \cos(2\pi) = 1$

Řešení rovnic a nerovnic

- **Řešení lineární rovnice $y = ax + b$ a analogických nerovnic**

- převod prvků z levé strany (ne)rovnice na pravou stranu a naopak
- vyjádření y pomocí x a vyjádření x pomocí y

- **Řešení kvadratické rovnice $y = ax^2 + bx + c$ a analogických nerovnic**

- převod prvků z levé strany (ne)rovnice na pravou stranu a naopak
- výpočet diskriminantu $\dots D = b^2 - 4ac$
- výpočet kořenů $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

- **Zakreslení řešení nerovnic na reálnou osu**