

C1480: Úvod do matematiky - seminář

Téma 4: Extrémy funkcí dvou proměnných 1/2

Veronika Bendová

bendova.veroonika@gmail.com

Přehled pojmů

Parciální derivace

- $f(x, y)$... funkce dvou proměnných x a y
- **parciální derivace prvního řádu**
 - $\frac{\partial}{\partial x} f(x, y)$... (první) parciální derivace funkce $f(x, y)$ podle proměnné x
 - funkci $f(x, y)$ derivujeme podle x ; y se chováme jako by to byla konstanta
 - $\frac{\partial}{\partial y} f(x, y)$... (první) parciální derivace funkce $f(x, y)$ podle proměnné y
 - funkci $f(x, y)$ derivujeme podle y ; x se chováme jako by to byla konstanta
- **parciální derivace druhého řádu**
 - $\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y)$... (druhá) parciální derivace funkce $f(x, y)$ podle proměnné x
 - funkci $f(x, y)$ derivujeme dvakrát za sebou podle x ; y se chováme jako by to byla konstanta
 - $\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y)$... (druhá) parciální derivace funkce $f(x, y)$ podle proměnné y
 - funkci $f(x, y)$ derivujeme dvakrát za sebou podle y ; x se chováme jako by to byla konstanta

- $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y) \dots$ (druhá) parciální derivace funkce $f(x, y)$ podle proměnných x a y
 - funkci $f(x, y)$ derivujeme nejprve podle x (k y se chováme jako by to byla konstanta) a následně podle y (k x se chováme jako by to byla konstanta)

- $\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} f(x, y) \dots$ (druhá) parciální derivace funkce $f(x, y)$ podle proměnných y a x
 - funkci $f(x, y)$ derivujeme nejprve podle y (k x se chováme jako by to byla konstanta) a následně podle x (k y se chováme jako by to byla konstanta)

- **Hessova matice** \dots matice druhých parciálních derivací

Parciální derivace

Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu

Určete první parciální derivace následujících funkcí.

1. $f(r, t) = r^2 + t^2 + rt + e^r + \ln t + \cos(r) + \sin(t)$

2. $f(u, s) = e^{-2us}$

3. $f(p, k) = \sin(p^2 + k^2)$

Příklad 4.2 Parciální derivace druhého řádu

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí.

1. $f(r, t) = r^2 + t^2 + rt + e^r + \ln t + \cos(r) + \sin(t)$

2. $f(u, s) = e^{-2us}$

Příklad 4.3 Hessova matice

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí a poskládejte je do Hessovy matice

1. $f(p, k) = \sin(p^2 + k^2)$

$$2. f(a, v) = \ln \frac{a}{v}$$