

C1480: ÚVOD DO MATEMATIKY - SEMINÁŘ
TÉMA 4: EXTRÉMY FUNKCÍ DVOU PROMĚNNÝCH

SKUPINA: C

VERONIKA HORSKÁ
PODZIMNÍ SEMESTR, 2022

Příklad 4.1. Parciální derivace prvního řádu

Určete první parciální derivace následujících funkcí

1. $wa^2 - e^w + \cos(a)$ $a^2 - e^w; 2wa - \sin(a)$
2. $m^2 \cos(g^2)$ $2m \cos(g^2); -2m^2 g \sin(g^2)$
3. $\ln \frac{x}{h}$ $\frac{1}{x}; -\frac{1}{h}$
4. $c^2 e^{kc}$ $c^3 e^{kc}; ce^{kc}(2 + kc)$
5. $\frac{n-2}{q+1}$ $\frac{2-n}{(q+1)^2}; \frac{1}{q+1}$
6. $\sin(p^2 + u^2)$ $2p \cos(p^2 + u^2); 2u \cos(p^2 + u^2)$
7. $j^2 \ln z^2$ $2j \ln z^2; \frac{2j^2}{z}$

Příklad 4.2. Parciální derivace druhého řádu

Určete druhé parciální derivace následujících funkcí

1. $wa^2 - e^w + \cos(a)$ $-e^w; 2w - \cos(a); 2a$
2. $m^2 \cos(g^2)$ $2 \cos(g^2); -2m^2(\sin(g^2) + 2g^2 \cos(g^2)); -4mg \sin(g^2)$
3. $\ln \frac{x}{h}$ $-\frac{1}{x^2}; \frac{1}{h^2}; 0$
4. $c^2 e^{kc}$ $c^4 e^{kc}; e^{kc}(k^2 c^2 + 4kc + 2); c^2 e^{kc}(kc + 3)$
5. $\frac{n-2}{q+1}$ $\frac{2(n-2)}{(q+1)^3}; 0; -\frac{1}{(q+1)^2}$
6. $\sin(p^2 + u^2)$ $2 \cos(p^2 + u^2) - 4p^2 \sin(p^2 + u^2); 2 \cos(p^2 + u^2) - 4u^2 \sin(p^2 + u^2); -4pu \sin(p^2 + u^2)$
7. $j^2 \ln z^2$ $2 \ln z^2; -\frac{2j^2}{z^2}; \frac{4j}{z}$

Příklad 4.3. Lokální extrémy funkce dvou proměnných

Najděte stacionární body následujících funkcí a rozhodněte, zda se jedná o extrém. Pokud ano, určete jeho typ.

1. $f(b, y) = b^2 + y^2 - by - 2b + y$ $m[1, 0]$
2. $f(l, s) = s^2 l + 3ls - 6s$ $S[2, 0]; S[-2, -3]$
3. $f(r, a) = 4(r - a) - r^2 - a^2$ $M[2, -2]$
4. $f(k, v) = (2k^2 - 3)(v + 1)$ $S\left[\sqrt{\frac{3}{2}}, -1\right]; S\left[-\sqrt{\frac{3}{2}}, -1\right]$
5. $f(h, q) = 2h^2 - 6hq + 5q^2 - h + 3q + 2$ $m[-2, -\frac{3}{2}]$
6. $f(z, c) = zc(4 - z - c)$ $S[0, 0]; S[0, 4]; S[4, 0]; M[\frac{4}{3}, \frac{4}{3}]$