

С1480: Введення до математики – семінар  
Тема 0: Повторення основ математики

ГРУПА 0В

ВЕРОНІКА ГОРСКА  
ОСІННІЙ СЕМЕСТР, 2022

### 1.1 Області значень, множини

#### Приклад 1.1. Області значень, множини

Визначте чи наступні твердження правдиві.

- |   |          |
|---|----------|
| 1. $4.6 \in \mathbb{R}$   | Правда   |
| 2. $-10 \in \mathbb{N}$   | Неправда |
| 3. $6 \in \mathbb{Z}$   | Правда   |
| 4. $1 \in \mathbb{R} \setminus \{2, 3, 4\}$   | Правда   |
| 5. $3 \in \mathbb{R} \setminus \{2, 3, 4\}$   | Неправда |
| 6. $6.4 \in \mathbb{N}$   | Неправда |
| 7. $\{14, 3, 0, 1, 12\} \in \mathbb{Z}_0^-$   | Неправда |
| 8. $\{\frac{1}{4}, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -0.524, -50, 10^2, 0.666\} \in \mathbb{R}$ | Правда   |
| 9. $\{-\infty, -6, -1, 0, 2, 5\} \in \mathbb{Z}$                                      | Неправда |
| 10. $\{-10, -2, -\infty, -1, 0\} \in \mathbb{R}_0^-$                                  | Неправда |
| 11. $\{6, 7, \infty, 2, 0\} \in \mathbb{N}_0$   | Неправда |
| 12. $\{14, 3, 0, 1, 12\} \in \mathbb{N}_0$  | Правда   |
| 13. $\{-2, 0, 4.0, -\frac{9}{3}\} \in \mathbb{Z}$                                     | Правда   |
| 14. $\{4, -5, 3, \infty, -15\} \in \mathbb{N}$  | Неправда |
| 15. $\{4.0, 2.5, -3.7, -6.0, 4.3\} \in \mathbb{Z}$                                    | Неправда |
| 16. $\{6, 1, 8, 0, 15\} \in \mathbb{N}_0$   | Правда   |
| 17. $\{4, 2, 0, 6, 4, \infty\} \in \mathbb{Z}_0^+$                                    | Неправда |
| 18. $\{4, 2, 0, 6, 4, 16\} \in \mathbb{Z}_0^+$  | Правда   |
| 19. $\{-5.3, 17.0, 6.2, \infty, -1.1\} \in \mathbb{R}$                                | Неправда |
| 20. $\{4, 6, 8, 15\} \in \mathbb{N}_0$  | Правда   |

#### Приклад 1.2. Області значень, множини

Визначте які числа порушують твердження.

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1. $\{4, -5, 3, 0, -15\} \in \mathbb{N}$                               | $\{-5, -15\}$                    |
| 2. $\{4.0, 2.5, -3.7, -6.0, 4.3\} \in \mathbb{Z}$                      | $\{2.5, -3.7, 4.3\}$             |
| 3. $\{4.6, \sqrt[3]{5}, 0, -1.2, \frac{1}{5}, 0.845\} \in \mathbb{R}$  | Жодне                            |
| 4. $\{1, 4, 7, 8\} \in \mathbb{R}$                                     | Жодне                            |
| 5. $\{\frac{3}{2}, 2, -2, \sqrt{2}, 0.2, \frac{4}{2}\} \in \mathbb{Z}$ | $\{\frac{3}{2}, \sqrt{2}, 0.2\}$ |

**Приклад 1.3. Запис інтервалів**

Визначте, чи знаходяться екстремальні значення в заданому інтервалі.

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| 1. $\langle 4; 5 \rangle$                         | 4 знаходиться, 5 не знаходиться    |
| 2. $(-\infty; -3) \cup \langle 6; \infty \rangle$ | -3 не знаходиться, 6 знаходиться   |
| 3. $(0; 1)$                                       | 0 не знаходиться, 1 не знаходиться |

**Приклад 1.4. Запис інтервалів**

Запишіть.

- |  |  |
|--|--|
| 1. інтервал у діапазоні 8–10, що містить і 8, і 10                               | $\langle 8; 10 \rangle$                        |
| 2. інтервал, що містить усі дійсні числа, крім $-2$                              | $(-\infty; -2) \cup (-2; \infty)$              |
| 3. інтервал від $\frac{1}{2}$ (включно) до 2 (виключно)                          | $[\frac{1}{2}; 2)$                             |
| 4. інтервал, що містить усі дійсні числа, крім інтервалу $\langle -3; 6 \rangle$ | $(-\infty; -3) \cup \langle 6; \infty \rangle$ |

**Приклад 1.5. Дроби**

Підрахуйте, скоротіть результати до правильного дробу, а потім перетворіть на змішані числа (якщо можливо).

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| 1. $\frac{10}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ | $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$        |
| 2. $\frac{8}{5} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$   | $\frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$     |
| 3. $\frac{10}{3} - \frac{18}{8}$               | $\frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$     |
| 4. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$               | $\frac{x+1}{x^2}$                   |
| 5. $\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{x+1}$         | $\frac{x^3 - x^2 - 2x + 2}{2(x+1)}$ |
| 6. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+2}$             | $-\frac{x-4}{(x-1)(x+2)}$           |
| 7. $\frac{\frac{16}{3}}{\frac{8}{6}}$          | 4                                   |
| 8. $\frac{\frac{7}{3} - 1}{\frac{4}{5}}$       | $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$        |
| 9. $\frac{\frac{6}{4} - 2}{\frac{5}{3} - 1}$   | $-\frac{3}{4}$                      |
| 10. $\frac{\frac{8}{7} + 1}{3 - \frac{4}{3}}$  | $\frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$        |

**Приклад 1.6. Дроби**

Доповніть відсутні знаки (числа), так щоб сторони були рівні.

- |                                 |               |
|---------------------------------|---------------|
| 1. $\frac{\oplus}{7} = \oplus$  | $\oplus$      |
| 2. $\frac{\oplus}{\ominus} = ?$ | $\ominus$     |
| 3. $\frac{?}{\ominus} = \oplus$ | $\ominus$     |
| 4. $\frac{-4}{?} = -2$          | 2             |
| 5. $\frac{3}{?} = -\frac{1}{2}$ | -6            |
| 6. $\frac{-6}{-12} = ?$         | $\frac{1}{2}$ |

**Приклад 1.7. Алгебраїчні вирази**

Помножте використовуючи формули.

1.  $(9x - 2)^2$   $81x^2 - 36x + 4$
2.  $(3x^2 - 1)^2$   $9x^4 - 6x^2 + 1$
3.  $(6x + 1)^2$   $36x^2 + 12x + 1$
4.  $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$   $x^2 - 2$
5.  $(2x + \frac{1}{2})^2$   $4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$
6.  $(x^2 + \frac{1}{2})(x^2 - \frac{1}{2})$   $x^4 - \frac{1}{4}$

**Приклад 1.8. Алгебраїчні вирази**

Помножте.

1.  $(2x - 1)(x + 3)$   $2x^2 + 5x - 3$
2.  $(-2x + 1)(x^2 - 1)$   $-2x^3 + x^2 + 2x - 1$
3.  $(x - \frac{1}{2})(x + \frac{2}{4})$   $x^2 - \frac{1}{4}$

**Приклад 1.9. Алгебраїчні вирази**

Розкладіть на добутки, і якщо можливо, скоротіть.

1.  $\frac{9x^2+12x+4}{-3x-2}$   $-(3x + 2)$
2.  $\frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}}$   $x - \sqrt{3}$
3.  $\frac{x^2-6x+9}{2x-6}$   $\frac{x-3}{2}$
4.  $\frac{x^2+1}{x+1}$  неможливо скоротити;  $\frac{x^2+1}{x+1}$
5.  $\frac{x^2-10x+25}{x^2-5x}$   $\frac{x-5}{x}$
6.  $\frac{x^4-\frac{1}{4}}{x^3-\frac{x}{2}}$   $\frac{(x^2+\frac{1}{2})}{x}$

**Приклад 1.10. Ступені та корені**Перетворіть окремі елементи наступних виразів на степеневі форми з основою  $x$  (або  $y$ ), тобто на форми типу  $x^{\frac{b}{a}}$ .

1.  $\frac{\sqrt{x^3}}{3} - \frac{1}{y}$   $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{3} - y^{-1}$
2.  $-\sqrt[4]{y} + \frac{2}{-x^6}$   $-y^{\frac{1}{4}} - 2x^{-6}$
3.  $\frac{2}{(-x)^6} + \frac{1}{\sqrt[3]{y^2}}$   $2(-x)^{-6} + y^{-\frac{2}{3}}$
4.  $\sqrt[5]{x^5} - \sqrt[5]{x} - \sqrt{x^5} - \frac{1}{\sqrt{x^5}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$   $x - x^{\frac{1}{5}} - x^{\frac{5}{2}} - x^{-\frac{5}{2}} - x^{-\frac{2}{3}}$

**Приклад 1.11. Ступені та корені**Перетворіть окремі елементи наступних виразів на кореневі форми з основою  $x$  (або  $y$ ), тобто на форми типу  $\sqrt[b]{x^a}$ .

1.  $4x^{-\frac{4}{1}} + y^{-2}$   $\frac{4}{x^4} + \frac{1}{y^2}$
2.  $3y^{\frac{2}{5}} - x^{\frac{4}{2}}$   $3\sqrt[5]{y^2} - x^2$
3.  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{2}{3}} + y^{-\frac{3}{2}}$   $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{y^3} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{y^3}}$
4.  $x^{-2} + x^{-1} + x^{-\frac{1}{2}} + x^0 + x^{\frac{1}{2}} + x^1 + x^2$   $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 + \sqrt{x} + x + x^2$

**Приклад 1.12. Ступені та корені**

Спростіть наступні вирази, дробі в ступенях запишіть в формі коренів.

1.  $x^4x^7 - (y^2)^5$   $x^{11} - y^{10}$
2.  $y^4y^{-3} + (x^2)^2x^{-4}$   $y + 1$
3.  $(x^3)^{\frac{1}{4}} + y^2y^{-\frac{1}{2}}$   $x^{\frac{3}{4}} + y^{\frac{3}{2}} = \sqrt[4]{x^3} + \sqrt{y^3}$

**Приклад 1.13. Логарифми**

Спростіть наступні вирази.

1.  $2 \ln(3) - 4 \ln(2)$   $\ln\left(\frac{9}{16}\right)$
2.  $\frac{1}{2} \ln(4) + \ln(5)$   $\ln(10)$
3.  $2 \ln(9) - 3 \ln(3)$   $\ln(3)$
4.  $3 \ln(4) + \ln(3) - 4 \ln(2)$   $\ln(12)$
5.  $4 \ln(1) - \frac{1}{2} \ln(9) + \ln(3)$   $0$

**Приклад 1.14. Області визначення**Визначте, для якого  $x$  визначені наступні функції.

1.  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$   $x \in \mathbb{R}$
2.  $f(x) = \frac{2}{x^2-4}$   $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$
3.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-5}}$   $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$
4.  $f(x) = \sqrt{x-5}$   $x \in \langle 5; \infty \rangle$
5.  $f(x) = \ln|x+3|$   $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$
6.  $f(x) = \frac{1}{\ln(-x-1)}$   $x \in (-\infty; -1)$

**Приклад 1.15. Графіки і форми функцій**

Намалюйте поруч пару графіків наведених нижче функцій (по пам'яті). Порівняйте фігури функцій кожної пари.

1.
  - $f(x) = x + 3$
  - $f(x) = 2x - 1$

2.
  - $f(x) = -2x + 3$
  - $f(x) = -x - 2$

3. •  $f(x) = x$   
•  $f(x) = \frac{1}{x}$

4. •  $f(x) = x^2$   
•  $f(x) = \sqrt{x}$

5. •  $f(x) = e^x$   
•  $f(x) = \ln(x)$

6. •  $f(x) = \sin(x)$   
•  $f(x) = \cos(x)$

**Приклад 1.16. Тригонометричні функції**

Підрахуйте наступні приклади.

1.  $\frac{\sin^2(x) + \cos^2(x)}{2} - 1$   $-\frac{1}{2}$
2.  $\tan(x) \cot(x) - 1$   $0$
3.  $\tan(x) + \sin(x)$   $\frac{\sin(x)(1 + \cos(x))}{\cos(x)}$
4.  $\sin(0) + \cos(\pi) + 1 - \sin^2(\frac{\pi}{2}) + \cos(0)$   $0$
5.  $-\sin(\frac{3\pi}{2}) + 3 \cos(\pi) - \cos^2(0) + \sin(\frac{\pi}{2}) + 4 \sin(0)$   $-2$

**Приклад 1.17. Розв'язування рівнянь**

Розв'яжіть наступні рівняння.

1.  $\frac{(2x-1)}{7} = \frac{4x-5}{2}$   $x = \frac{11}{8}$
2.  $\frac{(3x-2)}{5} = \frac{2x-1}{4}$   $x = \frac{3}{2}$
3.  $x^2 = 2x + 8$   $x = -2, x = 4$
4.  $3x^2 - 10 = 13x$   $x = -\frac{2}{3}, x = 5$
5.  $9x - x^2 = 20$   $x = 4, x = 5$

**Приклад 1.18. Розв'язування нерівностей**

Розв'яжіть наступні нерівності. Розв'язок запишіть в формі інтервалу і накресліть на осі координат.

1.  $\frac{3x-7}{6} > \frac{12}{9}$   $x \in (5; \infty)$
2.  $\frac{5x-6}{2} \geq 4x - 3$   $x \in (-\infty; 0)$
3.  $x^2 - x - 6 \leq 0$   $x \in \langle -2; 3 \rangle$
4.  $-7x + 2 \geq -5x^2$   $x \in (-\infty; \frac{2}{5}) \cup \langle 1; \infty \rangle$
5.  $8x^2 < 6x + 5$   $x \in (-\frac{1}{2}; \frac{5}{4})$