

С1480: ВВЕДЕННЯ ДО МАТЕМАТИКИ – СЕМІНАР
ТЕМА 3: ПРОГРЕС ФУНКЦІЇ

ГРУПА: С

ВЕРОНІКА ГОРСКА
ОСІННІЙ СЕМЕСТР, 2022

Приклад 3.1. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(q) = q^3 - 8$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|-------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(q)$, | \mathbb{R} |
| (б) парність функції $f(q)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(q)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(q)$ + | ТР: нема; НТ: $q = 2$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus 2 \oplus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(q)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(q)$ зростає, | $-\infty \oplus \infty$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(q)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(q)$ + | ТП: $q = 0$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(q)$ є увігнутою, | $\ominus 0 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(q)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(q)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | немає |
| (б) асимптоти з напрямком, | немає |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(q)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | \mathbb{R} |

Рис. 1: Графік функції $f(q) = q^3 - 8$

Приклад 3.2. Дослідження ходу функціїДослідіть хід функції $f(w) = 2w^2 - 6w + 4$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|--|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(w)$, | \mathbb{R} |
| (б) парність функції $f(w)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(w)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(w)$ + | ТР: нема; НТ: $w \in \{1, 2\}$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\oplus 1 \ominus 2 \oplus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(w)$ + | ЛЕ: $w = \frac{3}{2}$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(w)$ зростає, | $\ominus \frac{3}{2} \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(w)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(w)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(w)$ є увігнутою, | $-\infty \oplus \infty$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(w)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(w)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | немає |
| (б) асимптоти з напрямком, | немає |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(w)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $\langle -\frac{1}{2}; \infty \rangle$ |

Рис. 2: Графік функції $f(w) = 2w^2 - 6w + 4$

Приклад 3.3. Дослідження ходу функціїДослідіть хід функції $f(z) = -\frac{9}{2z}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|------------------------------|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(z)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (б) парність функції $f(z)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | непарна |
| (в) періодичність функції $f(z)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(z)$ + | ТР: $z = 0$; НТ: нема |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\oplus 0 \ominus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(z)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(z)$ зростає, | $\oplus 0 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(z)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(z)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(z)$ є увігнутою, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(z)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(z)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $z = 0$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = 0$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(z)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |

Рис. 3: Графік функції $f(z) = -\frac{9}{2z}$

Приклад 3.4. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(c) = -\frac{c}{2c+4}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(c)$, | $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ |
| (б) парність функції $f(c)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | ні парна, ні непарна |
| (в) періодичність функції $f(c)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(c)$ + | ТР: $c = -2$; НТ: $c = 0$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus - 2 \oplus 0 \ominus$ |
| іі. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(c)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(c)$ зростає, | $\ominus - 2 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(c)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(c)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(c)$ є увігнутою, | $\ominus - 2 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(c)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(c)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $c = -2$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = -\frac{1}{2}$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(c)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ |

Рис. 4: Графік функції $f(c) = -\frac{c}{2c+4}$

Приклад 3.5. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(d) = \frac{d^2-1}{3d}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(d)$, | $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ |
| (б) парність функції $f(d)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | непарна |
| (в) періодичність функції $f(d)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(d)$ + | ТР: $d = 0$; НТ: $d = \pm 1$ |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus - 1 \oplus 0 \ominus 1 \oplus$ |
| ii. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(d)$ + | ЛЕ: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(d)$ зростає, | $\oplus 0 \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(d)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(d)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(d)$ є увігнутою, | $\oplus 0 \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(d)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(d)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $d = 0$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = \frac{1}{3}d$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(d)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | \mathbb{R} |

Рис. 5: Графік функції $f(d) = \frac{d^2-1}{3d}$

Приклад 3.6. Дослідження ходу функції

Дослідіть хід функції $f(r) = -\frac{1}{r^2 - 2}$. Визначте крок за кроком

- | | |
|---|---|
| 1. (а) область визначення $D(f)$ функції $f(r)$, | $\mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{2}\}$ |
| (б) парність функції $f(r)$ (парна / непарна / ні парна, ні непарна), | парна |
| (в) періодичність функції $f(r)$ (неперіодична / періодична (+ періодом)), | неперіодична |
| (г) точки розриву + нульові точки функції $f(r)$ + | ТР: $r = \pm\sqrt{2}$; НТ: нема |
| і. інтервали, на яких функція додатна, | $\ominus - \sqrt{2} \oplus \sqrt{2} \ominus$ |
| ii. інтервали, на яких функція від'ємна, | |
| 2. локальні екстремуми функції $f(r)$ + | ЛЕ: $r = 0$ |
| (а) інтервали, на яких функція $f(r)$ зростає, | $\ominus - \sqrt{2} \ominus 0 \oplus \sqrt{2} \oplus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(r)$ спадає, | |
| 3. точки перегину функції $f(r)$ + | ТП: нема |
| (а) інтервали, на яких функція $f(r)$ є увігнутою, | $\ominus - \sqrt{2} \oplus \sqrt{2} \ominus$ |
| (б) інтервали, на яких функція $f(r)$ є опуклою, | |
| 4. асимптоти функції $f(r)$, зокрема | |
| (а) асимптоти без напрямку, | $r = \pm\sqrt{2}$ |
| (б) асимптоти з напрямком, | $y = 0$ |
| 5. (а) Значення функції в критичних точках (локальні екстремуми, точки перегину), | |
| (б) побудувати графік функції $f(r)$ і за графіком визначити область значень $H(f)$. | $(-\infty; 0) \cup (\frac{1}{2}; \infty)$ |

Рис. 6: Графік функції $f(r) = -\frac{1}{r^2 - 2}$