

С1480: ВВЕДЕННЯ ДО МАТЕМАТИКИ – СЕМІНАР
ТЕМА 3: ПРОГРЕС ФУНКЦІЙ

ТЕОРІЯ

ВЕРОНІКА ГОРСКА
ОСІННІЙ СЕМЕСТР, 2022

3 Прогрес функції – основні поняття

3.1 Основні властості функції

- **функція** $f(x)$... об'єкт, у який я вставляю (підставляю) число x і отримую нове число y
- **Область визначення** $f(x)$... набір чисел x , які можливо вкласти до функції $f(x)$
- **Областю значень** $H(x)$... набір чисел y , які можуть вийти в результаті функції $f(x)$
- **Парність функції** ... функція може бути як парною, так і непарною
 - **парна функція** ... функція, симетрична відносно осі y , тобто $f(-x) = f(x)$
 - **непарна функція** ... функція симетрична відносно початку координат, тобто $f(-x) = -f(x)$
- **Періодична функція** ... якщо функцію $f(x)$ можна сприймати як єдиний відрізок, який постійно повторюється, то функція є періодичною. Довжину одного відрізка називають **періодом**.
- **Неперервна функція** ... функція графік якої не має стрибків, тобто може бути накреслений «не відриваючи олівця від паперу».
- **Точка розриву** ... точка, в якій функція не зв'язана
- **Нульова точка** ... точка x , у якій функція $f(x)$ дорівнює нулю, тобто $f(x) = 0$
- **Позитивна функція** ... функція $f(x)$ позитивна на інтервалі I , якщо її значення на інтервалі I більше нуля, тобто $f(x) > 0$
- **Негативна функція** ... функція $f(x)$ є негативною на інтервалі I , якщо її значення на інтервалі I менше нуля, тобто $f(x) < 0$
- **Монотонність функції**
 - **строго зростаюча функція** ... функція $f(x)$ є строго зростаючою на інтервалі I , якщо вона зростає на всьому цьому інтервалі
 - **неспадна функція** ... функція $f(x)$ є неспадною на інтервалі I , якщо вона зростає протягом цього інтервалу або застоюється
 - **строго спадна функція** ... функція $f(x)$ є спадною на інтервалі I , якщо вона спадає на всьому цьому інтервалі
 - **незростаюча функція** ... функція $f(x)$ є незростаючою на інтервалі I , якщо вона спадає протягом цього інтервалу або застоюється
- **Локальний екстремум функції** ... ми маємо два типи локальних екстремумів
 - **локальний максимум** ... точка, яку оточують лише точки з нижчим значенням ніж вона сама (ми можемо уявити це як вершину пагорба)
 - **локальний мінімум** ... точка, яку оточують лише точки з вищим значенням ніж вона сама (ми можемо уявити це як дно ями)
- **Увігнута функція** ... функція є увігнутою на інтервалі I , якщо її хід на інтервалі I копіює форму чашки, тобто \cup ;

- функція є **увігнутою** на інтервалі I , якщо її друга похідна на інтервалі I **додатні**
- *Мнемотехніка*: позитивна похідна має знак $+$; уявіть, що знак $+$ символізує кубики цукру, які я хочу кинути в банку.
- **Опукла функція** ... функція є опуклою на інтервалі I , якщо її хід на інтервалі I копіює форму пагорба, тобто \cap ;
 - *Мнемотехніка*: **Не можна наливати каву в пагорб!**
 - функція є **опуклою** на інтервалі I , якщо її друга похідна на інтервалі I **від'ємна** (знак $-$)
- **Точка перегину** ... точка, в якій крива функції змінюється з опуклої на увігнуту або навпаки з увігнутої на опуклу
- **Напрямок прямої** ... пряма має вигляд $ax + b$, де a – **напрямок**, а b – **абсолютний зсув**. Параметр a визначає нахил прямої.
- **Асимптота** ... пряма, до якої напрямляється функція, коли вона рухається до \pm нескінченності або коли наближається до точки розриву (*Примітка: асимптота може існувати, а може і не існувати!!!*)
 - **асимптота без напрямку** ... лінія, до якої прагне функція, наближаючись до точок розриву. Така пряма завжди паралельна осі y і тому не має напрямку a
 - **асимптота з напрямком** ... пряма, до якої напрямляється функція, коли вона рухається до $+$ нескінченності або $-$ нескінченності. Це пряма має вигляд $y = ax + b$, де a (напрямок) є певним числом (не $+\infty$, або $-\infty$)

3.2 Ліміти функції

- + Повторити **правила визначення лімітів** з семінару 2.

3.3 Похідна функції

- + Повторити **правила визначення похідної** з семінару 2 .
- **Памятка основних правил визначених похідних**
 - похідна від суми = сума похідних ... $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 - похідна добутку двох функцій = перша похідна \times друга непохідна + перша непохідна \times друга похідна ... $(f(x) \times g(x))' = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$
 - похідна частки двох функцій = (перша похідна \times друга непохідна – перша непохідна \times друга похідна) / друга функція в квадраті ... $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$