

MUNI

Hledání jistoty: Geometrie a deduktivní myšlení

CORE004 Matematika jako součást kultury

Zdeněk Pospíšil
707@mail.muni.cz

Masarykova univerzita

15. září 2022

Obsah

Zrod matematik

Exkurs: Vliv pythagorejců

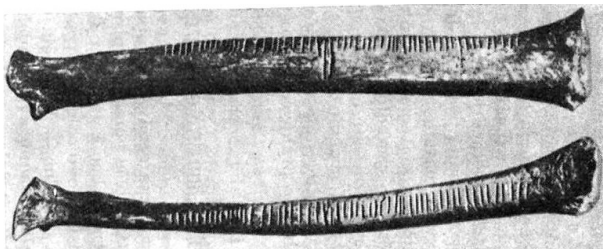
Krize

Eukleidovy Základy

Exkurs: Vliv Základů

Alternativní interpretace Základů

Prehistorie



Věstonická vrubovka, cca –30 000 let

Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti



Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti

- Izrael: řešení přijde z budoucnosti



Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti
- Izrael: řešení přijde z budoucnosti
- Persie: o dobru a zlu se rozhoduje v přítomnosti



Velký zlom cca 6 st. BCE

Starý svět

- Egypt: jistota je v minulosti
- Izrael: řešení přijde z budoucnosti
- Persie: o dobru a zlu se rozhoduje v přítomnosti
- Dálný východ: vše je jen iluze



Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



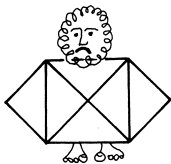
Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se neshánějí ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.

Velký zlom cca 6 st. BCE

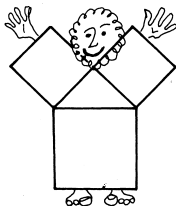
Řecko



Cicero: Lidský život je podoben jedné z těch slavností, které se konají za účasti celého Řecka a jsou spojeny s výpravnými hrami. Tam někteří hledají slávu a čestný věnec v sportovním zápolení, jiné tam přivádí zisk a výdělek při kupování a prodávání, a je také určitá skupina lidí – ta je nejušlechtilejší –, kteří se neshánějí ani po potlesku, ani po výdělku, ale přicházejí tam jako diváci a pozorně si prohlížejí, co a jak se tam děje.



PYTHAGORAS
PŘED OBJEVENÍM VĚTY A PO JEJÍM OBJEVU



Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



$$\omega = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



$$\omega = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$



Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



$$\omega = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$



Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



$$\omega = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$



Základem všeho je $\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma$ (číslo, počet, veličina, kolikost).

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



$$\omega = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$



Základem všeho je $\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma$ (číslo, počet, veličina, kolikost).

Co je nejmoudřejší? – Číslo a potom ten, kdo dal věcem jména. ... Co je nejkrásnější? – Harmonie. Co je nejmocnější? – Myšlenka. ... číslu se podobá všechno.

Velký zlom cca 6 st. BCE

Řecko



$$\omega = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$



Základem všeho je $\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma$ (číslo, počet, veličina, kolikost).

Co je nejmoudřejší? – Číslo a potom ten, kdo dal věcem jména. ... Co je nejkrásnější? – Harmonie. Co je nejmocnější? – Myšlenka. ... číslu se podobá všechno.

Číslo vládne vesmíru. Číslo je uvnitř všech věcí.

Velký zlom cca 6 st. BCE

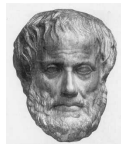
Řecko



$$\omega = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$



Aristoteles: A ježto viděli [pythagorejci] v číslech stavy a poměry harmonií a ježto se jim zdálo, že se i vše ostatní podobá celou svou přirozeností číslům a že čísla jsou první z celé přírody, usoudili, že prvky čísel jsou též prvky všech věcí a že celý vesmír je harmonií a číslem.



Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení



Macrobius (370–430): Když se naše myšlení pozvedá od nás samých k božství, první dokonalá netělesnost, s níž se setkává, jsou čísla.

Augustin (354–430): Pulchritudo est æqualitas numerosa.

De libero arbitrio: Moudře myslet mohou jen málokteří, ale počítat je dáno i hloupým.

Žádný člověk se nemůže dotknout všech čísel nějakým tělesným smyslem. Ale ti, jimž Bůh dal vlohy a jejichž zatvrzelost věc nezamlžila, jsou nuceni uznávat, že řád a pravdivost čísel jednak nemají vztah k tělesným smyslům, jednak jsou trvale nezvratné a neporušitelné.



Kolikáté je číslo od počátku řady čísel, tolikáté po něm je jeho dvojnásobkem.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...

Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Tomáš Aquinský (1225–1274)

Jsou čísla dobrá? (*bonum* – jedna z transcendentálií)



Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Tomáš Aquinský (1225–1274)

Jsou čísla dobrá? (*bonum* – jedna z transcendentálií)

- Ano (*Summa theologiæ*)



Exkurs: Vliv pythagorejského myšlení

Tomáš Aquinský (1225–1274)

Jsou čísla dobrá? (*bonum* – jedna z transcendentálií)

- Ano (*Summa theologiæ*)
- Ne (*In III Metaphysicorum*)



Μαθηματικά

μαθησις

poučení, naučení

μαθητης

učedník

μαθημα

nauka, to co je k naučení

Μαθηματικά

μαθησις

poučení, naučení

μαθητης

učedník

μαθημα

nauka, to co je k naučení

něco jiného než *επιστημη* (známost, lat. scientia)

γνωσις (poznání, lat. cognitio)

Μαθηματικά

μαθησις	poučení, naučení
μαθητης	učedník
μαθημα	nauka, to co je k naučení něco jiného než <i>επιστημη</i> (známost, lat. scientia) <i>γνωσις</i> (poznání, lat. cognitio)
μαθηματικός	náležející k nauce (učedník i pojednání)
μαθηματικά	všechny věci, které jsou této naučné povahy

Μαθηματικά

μαθησις	poučení, naučení
μαθητης	učedník
μαθημα	nauka, to co je k naučení něco jiného než <i>επιστημη</i> (známost, lat. scientia) <i>γνωσις</i> (poznání, lat. cognitio)
μαθηματικός	náležející k nauce (učedník i pojednání)
μαθηματικά	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál neutra <i>μαθημα</i>)

Μαθηματικά

μαθησις	poučení, naučení
μαθητης	učedník
μαθημα	nauka, to co je k naučení něco jiného než <i>επιστημη</i> (známost, lat. scientia) <i>γνωσις</i> (poznání, lat. cognitio)
μαθηματικός	náležející k nauce (učedník i pojednání)
μαθηματικά	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál neutra <i>μαθημα</i>)

Vlivem pythagorejských učedníků (*μαθηματικοί*) se význam slova matematika zúžil na zabývání se čísly.

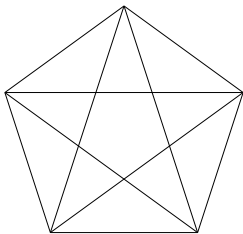
Μαθηματικά

μαθησις	poučení, naučení
μαθητης	učedník
μαθημα	nauka, to co je k naučení něco jiného než <i>επιστημη</i> (známost, lat. scientia) <i>γνωσις</i> (poznání, lat. cognitio)
μαθηματικός	náležející k nauce (učedník i pojednání)
μαθηματικά	všechny věci, které jsou této naučné povahy (plurál neutra <i>μαθημα</i>)

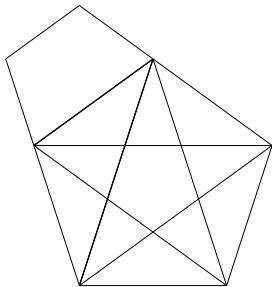
Vlivem pythagorejských učedníků (*μαθηματικοι*) se význam slova matematika zúžil na zabývání se čísly a geometrickými objekty.

Nesouměřitelnost veličin

Nesouměřitelnost veličin



Nesouměřitelnost veličin



Eukleidés z Alexandrie



Eukleidés z Alexandrie



Ptolemaios (306–285 BCE) ho pozval do Alexandrie při založení Múseia a Velké knihovny.

Eukleidés z Alexandrie



Ptolemaios (306–285 BCE) ho pozval do Alexandrie při založení Múseia a Velké knihovny.

V geometrii neexistuje cesta vyhrazená králům.

Eukleidés z Alexandrie



Ptolemaios (306–285 BCE) ho pozval do Alexandrie při založení Múseia a Velké knihovny.

V geometrii neexistuje cesta vyhrazená králům.

Mladík, který se právě naučil první geometrickou větou, se Eukleida zptal, jaký z toho bude mít zisk. Ten přikázal otrokovi, aby dal mladíkovi tři oboly.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ('Οροί)

- *Bod* je to, co nemá žádnou část.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Bod* je to, co nemá žádnou část.
- *Čára* je délka bez šířky.
- *Hranice čáry* jsou body.
- *Přímá čára* je ta, která je vůči bodům na ní ležícím umístěna stejně.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Bod* je to, co nemá žádnou část.
- *Čára* je délka bez šířky.
- *Hranice čáry* jsou body.
- *Přímá čára* je ta, která je vůči bodům na ní ležícím umístěna stejně.
- *Plocha* je to, co má pouze délku a šířku.
- *Hranice plochy* jsou čáry.
- *Rovinná plocha* je ta, která je vůči přímým na ní ležícím umístěna stejně.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Rovinný úhel* je vzájemný sklon dvou čar, které se navzájem stýkají v rovině a které neleží na jedné přímé.
- Když jsou čáry svírající úhel přímé, nazývá se tento úhel *přímočarý*.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Rovinný úhel* je vzájemný sklon dvou čar, které se navzájem stýkají v rovině a které neleží na jedné přímé.
- Když jsou čáry svírající úhel přímé, nazývá se tento úhel *přímočarý*.
- Když přímá, která je postavena na přímou, vytváří navzájem stejně velké sousední úhly, je každý z těchto stejně velkých úhlů *pravý* a postavená přímá se nazývá *kolmá* na tu, na kterou byla postavena.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Rovinný úhel* je vzájemný sklon dvou čar, které se navzájem stýkají v rovině a které neleží na jedné přímé.
- Když jsou čáry svírající úhel přímé, nazývá se tento úhel *přímočarý*.
- Když přímá, která je postavena na přímou, vytváří navzájem stejně velké sousední úhly, je každý z těchto stejně velkých úhlů *pravý* a postavená přímá se nazývá *kolmá* na tu, na kterou byla postavena.
- *Tupý* úhel je ten, který je větší než pravý.
- *Ostrý* úhel je ten, který je menší než pravý.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Mez* je to, co je hranicí něčeho.
- *Útvar* je to, co je sevřeno nějakou mezí nebo nějakými mezemi.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροι*)

- *Mez* je to, co je hranicí něčeho.
- *Útvar* je to, co je sevřeno nějakou mezí nebo nějakými mezemi.
- *Kruh* je rovinný útvar sevřený jednou čarou [nazývanou kružnice / okraj (*περιφερεια*)], a to tak, že všechny přímé, které jsou k ní vedeny z jednoho z bodů ležících uvnitř útvaru, se rovnají.
- Uvedený bod se nazývá *střed kruhu*.
- *Průměr kruhu* je nějaká přímá vedená středem a ukončená na obou stranách kružnicí; průměr rovněž dělí kruh napůl.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Mez* je to, co je hranicí něčeho.
- *Útvar* je to, co je sevřeno nějakou mezí nebo nějakými mezemi.
- *Kruh* je rovinný útvar sevřený jednou čarou [nazývanou kružnice / okraj (*περιφέρεια*)], a to tak, že všechny přímé, které jsou k ní vedeny z jednoho z bodů ležících uvnitř útvaru, se rovnají.
- Uvedený bod se nazývá *střed kruhu*.
- *Průměr kruhu* je nějaká přímá vedená středem a ukončená na obou stranách kružnicí; průměr rovněž dělí kruh napůl.
- *Půlkruh* je útvar sevřený průměrem a obloukem, který průměr vytíná. Střed půlkruhu je též jako střed kruhu.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Přímočaré útvary* jsou sevřené přímými; *trojstranné útvary* jsou sevřené třemi přímými, *čtyřstranné* čtyřmi a *mnohostranné* více než čtyřmi.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry (*'Οροί*)

- *Přímočaré útvary* jsou sevřené přímými; *trojstranné útvary* jsou sevřené třemi přímými, *čtyřstranné* čtyřmi a *mnohostranné* více než čtyřmi.
- Mezi trojstrannými útvary je *rovnostranný* trojúhelník útvar, který má tři strany stejné, *rovnoramenný* ten, který má jen dvě strany stejné, *nepravidelný* ten, který má tři nestejně strany.
- Dále, mezi trojstrannými útvary je *pravidelný trojúhelník* ten, který má pravý úhel, *tupoúhlý* ten, který má tupý úhel, a *ostroúhlý* ten, který má tři ostré úhly.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ('Οροί)

- Mezi čtyřstrannými útvary je *čtverec* ten, který je rovnostranný a pravoúhlý, *obdélník* ten, který je sice pravoúhlý, ale není rovnostranný, *kosočtverec* ten, který je sice rovnostranný, ale není pravoúhlý, *kosodélník* ten, který má sice jak protilehlé strany, tak protilehlé úhly navzájem stejné, avšak není ani rovnostranný ani pravoúhlý. Jiné útvary než tyto nechť se nazývají *různoběžníky* (τραπεζία).

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Základní pojmy / výměry ($\epsilon\omicron\upsilon\lambda\omicron\iota$)

- Mezi čtyřstrannými útvary je *čtverec* ten, který je rovnostranný a pravoúhlý, *obdélník* ten, který je sice pravoúhlý, ale není rovnostranný, *kosočtverec* ten, který je sice rovnostranný, ale není pravoúhlý, *kosodélník* ten, který má sice jak protilehlé strany, tak protilehlé úhly navzájem stejné, avšak není ani rovnostranný ani pravoúhlý. Jiné útvary než tyto nechť se nazývají *různoběžníky* ($\tau\rho\alpha\pi\epsilon\zeta\iota\alpha$).
- *Rovnoběžné* jsou ty přímé, které se nacházejí v téže rovině, a jestliže jsou prodlouženy do nekonečna ($\alpha\pi\epsilon\lambda\theta\upsilon\nu$) na obě strany, na žádné z nich se neprotnou.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné (*Αιτηματα*)

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné (*Αιτηματα*)

- Vytvořit přímou čáru z každého bodu do každého bodu.
- Omezenou přímou čáru souvisle prodloužit přímým směrem (tak daleko, jak potřebujeme).
- Pro každý střed a každý rozestup (*διαστημα*) vytvořit kruh.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné (*Αιτηματα*)

- Vytvořit přímou čáru z každého bodu do každého bodu.
- Omezenou přímou čáru souvisle prodloužit přímým směrem (tak daleko, jak potřebujeme).
- Pro každý střed a každý rozestup (*διαστημα*) vytvořit kruh.
- Aby si všechny pravé úhly byly navzájem rovny.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Postuláty / úkoly prvotné (*Αιτηματα*)

- Vytvořit přímou čáru z každého bodu do každého bodu.
- Omezenou přímou čáru souvisle prodloužit přímým směrem (tak daleko, jak potřebujeme).
- Pro každý střed a každý rozestup (*διαστημα*) vytvořit kruh.
- Aby si všechny pravé úhly byly navzájem rovny.
- Jestliže dvě přímé čáry protne jiná přímá tak, že vytvoří na jedné straně vnitřní úhly menší než dva pravé, potom na této straně jest tyto přímé čáry prodloužiti tak, aby se protly.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady (*Κοιναι εννοιαι*)

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady (*Κοιναι εννοιαι*)

- Co se navzájem kryje, rovno jest.
- Celek je větší než část.
- Co se rovná témuž, rovná se i navzájem.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady (*Κοινὰ ἔννοιαι*)

- Co se navzájem kryje, rovno jest.
- Celek je větší než část.
- Co se rovná témuž, rovná se i navzájem.
- Když se přidají veličiny rovné k rovným, i celky jsou rovny.
- Odejmou-li se od rovných rovné, i celky jsou rovny.
- Když se přidají k nerovným rovné, celky jsou nerovny.
- Dvojnásobky téhož vespolek rovny jsou.
- Poloviny téhož vespolek rovny jsou.

Eukleidés z Alexandrie a Základy

Obecné principy / zásady (*Κοιναι εννοιαι*)

- Co se navzájem kryje, rovno jest.
- Celek je větší než část.
- Co se rovná témuž, rovná se i navzájem.
- Když se přidají veličiny rovné k rovným, i celky jsou rovny.
- Odejmou-li se od rovných rovné, i celky jsou rovny.
- Když se přidají k nerovným rovné, celky jsou nerovny.
- Dvojnásobky téhož vespolek rovny jsou.
- Poloviny téhož vespolek rovny jsou.
- Dvě přímé čáry neohraničují místo.

Eukleidés z Alexandrie a Základy ($\Sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\acute{\iota}\alpha$, *Elementa*)



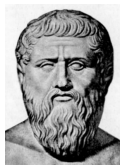
- Obecné principy, zásady
- Základní pojmy
 - Prvotní, primitivní
 - Složené, definice
- Postuláty

Eukleidés z Alexandrie a Základy ($\Sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\acute{\iota}\alpha$, *Elementa*)



- Obecné principy, zásady
- Základní pojmy
 - Prvotní, primitivní
 - Složené, definice
- Postuláty

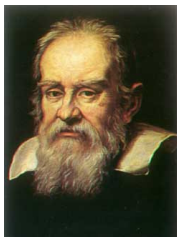
Platón: ...máme uvažovat, jaké asi je to, o čem ještě nevíme, co to jest. Nuže uvolni mi aspoň něco málo svou vládu a dovol mi to zkoumat s užitím předpokladu... Slovy „s užitím předpokladu“ rozumím zkoumati tak, jak to často dělají geometrové.



Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Galileo Galilei (1564–1642): Filosofie je zapsaná v této velké knize, v univerzu, která je stále otevřená našemu pohledu. Ale této knize nelze porozumět, pokud se nenaučíme chápat jazyk a číst písmena, jejichž pomocí je napsaná. Je napsaná jazykem matematiky a jejími písmeny jsou trojúhelníky, kružnice a ostatní geometrické útvary, bez nichž není možné porozumět jedinému slovu.

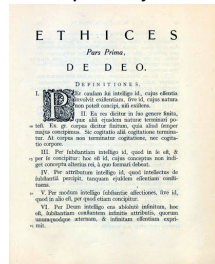
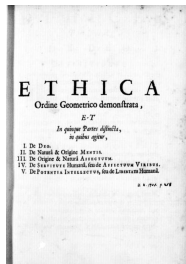


Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Báruch (Benedict) Spinoza (1632–1677): *Ethica Ordine Geometrico Demonstrata*, 1677



Příroda je stále jedna a táž a táž je i její vnitřní schopnost a moc k jednání. To znamená, že přírodní zákony a pravidla, podle nichž se vše děje a přechází z jedné formy v druhou, jsou vždy a všude tytéž, a že tudíž také jednotlivé věci musí být chápány jedním a týmž způsobem, tj. prostřednictvím univerzálních zákonů a pravidel přírody.



Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Bertrand Russell (1872–1970)



Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Bertrand Russell (1872–1970)



Exkurs: Vliv Eukleidových Základů

Bertrand Russell (1872–1970)



Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB .

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB .
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB .
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.
- *Konstrukce:* Ze středu A poloměrem AB buď narýsován kruh D , a opět ze středu B poloměrem BA buď narýsován kruh E , od bodu C , v němž kruhy se protínají, k bodům A , B buďte vedeny spojnice AC , BC .

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB .
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.
- *Konstrukce:* Ze středu A poloměrem AB buď narýsován kruh D , a opět ze středu B poloměrem BA buď narýsován kruh E , od bodu C , v němž kruhy se protínají, k bodům A , B buďte vedeny spojnice AC , BC .
- *Důkaz:* A ježto bod A je středem kruhu CBD , AC je stejné s AB ; ježto dále bod B je středem kruhu CAE , jest BC stejné s BA .
Bylo pak dokázáno, že i CA je stejné s AB ; tedy jedna i druhá z CA , CB je stejná s AB .
Veličiny však témuž rovné i navzájem rovny jsou; tedy též CA jest rovna CB ;

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Příklad:

- *Zadání:* Na dané úsečce postav trojúhelník rovnostranný.
- *Formulace:* Danou úsečkou buď AB .
- *Podmínka:* Má se tedy na úsečce AB postavit trojúhelník rovnostranný.
- *Konstrukce:* Ze středu A poloměrem AB buď narýsován kruh D , a opět ze středu B poloměrem BA buď narýsován kruh E , od bodu C , v němž kruhy se protínají, k bodům A , B buďte vedeny spojnice AC , BC .
- *Důkaz:* A ježto bod A je středem kruhu CBD , AC je stejné s AB ; ježto dále bod B je středem kruhu CAE , jest BC stejné s BA .
Bylo pak dokázáno, že i CA je stejné s AB ; tedy jedna i druhá z CA , CB je stejná s AB .
Veličiny však témuž rovné i navzájem rovny jsou; tedy též CA jest rovna CB ;
- *Závěr:* ty tři tedy CA , AB , BC jsou si rovny.

Alternativní interpretace jazyka klasické geometrie

Narativní zobrazení

Geometrická úloha	Klasické drama
zadání (<i>προτάσεις</i>)	expozice (úvod)
formulace (<i>εκθέσεις</i>)	kolize (zápletka)
podmínka (<i>διορισμός</i>)	krize (vyvrcholení)
konstrukce (<i>κατασκευή</i>)	peripetie (obrat a možnosti)
důkaz (<i>αποδείξεις</i>)	katastrofa (rozuzlení)
závěr (<i>συμπεράσμα</i>)	katarze (očista)

**MASARYKOVA
UNIVERZITA**