Touha po nekonečnu: Množiny

CORE004 Matematika jako součást kultury

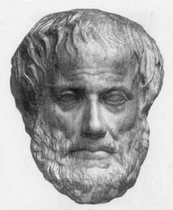
Zdeněk Pospíšil
707@mail.muni.cz

Masarykova univerzita

29. září 2022

Obsah

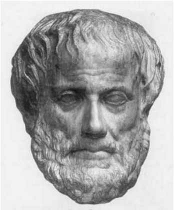
Odmítání nekonečna



384–322 BCE

Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$

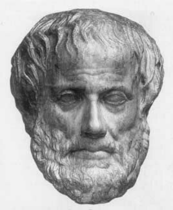


384–322 BCE

Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$

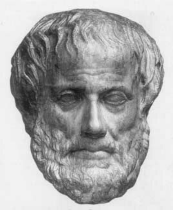
Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.



384–322 BCE

Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$



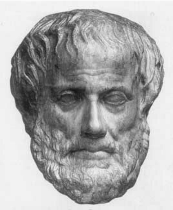
384–322 BCE

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$



384–322 BCE

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.

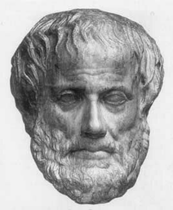
Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.

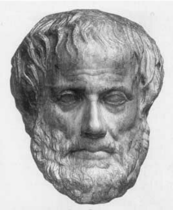


384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$



384–322 BCE

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

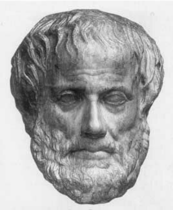
Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.

Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$



384–322 BCE

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

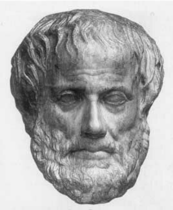
Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).

Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$



384–322 BCE

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

...neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

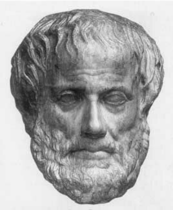
Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

...neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

Pokračování výpočtu, algoritmu (nekonečno časové):

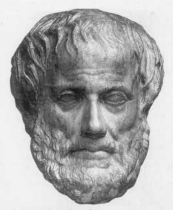
Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

...neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

Pokračování výpočtu, algoritmu (nekonečno časové):

- Dospěje k výsledku.

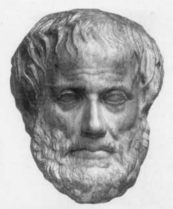
Odmítání nekonečna

Aristoteles: $A\pi\varepsilon\iota\varrho o\nu$ nemůže být $\alpha\varrho\chi\eta$

Je nemožné, že by APEIRON bylo odloučené od smyslových věcí a bylo jakýmsi APEIREM samým o sobě.

…neboť matematikové nemají zapotřebí APEIRA ve skutečnosti a neužívají ho. Jen jim dostačuje, že neomezená čára jest dostatečně dlouhá.

Zbývá tedy, že APEIRON je jen v možnosti.



384–322 BCE

Prodlužování úsečky (nekonečno prostorové):

1. Narazí na hranici.
2. Rozplyne se v neurčitu (nekonečno jako neurčitost).
3. Vrátí se tam, kde byla (bludné nekonečno).

Pokračování výpočtu, algoritmu (nekonečno časové):

- Dospěje k výsledku (ale nevíme, kdy).

Theologické důvody proti existenci aktuálního nekonečna

1228–1274

Tomáš Aquinský: Aktuální nekonečno se může týkat pouze Boha.
Svět není nekonečný ani v prostoru, ani v čase.

Theologické důvody proti existenci aktuálního nekonečna

Tomáš Aquinský: Aktuální nekonečno se může týkat pouze Boha.
Svět není nekonečný ani v prostoru, ani v čase.

1228–1274

1265–1321

Dante Alighieri, Božská komedie, 33,121-126:
Ne, nemám slov, ba ani sil to chápat
a netroufám si vyložit to blíž,
s tím „nic“, co vím, zde musím jenom tápat.

Ó věčné světlo, které v sobě tkvíš,
jen ty si s láskou hledíš do ohniska,
jen ty se znáš a sebe vysvětlíš.

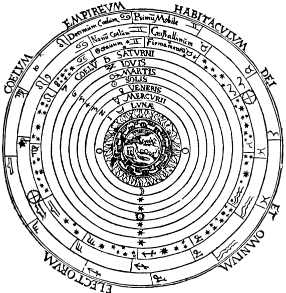
Theologické důvody proti existenci aktuálního nekonečna

1265–1321

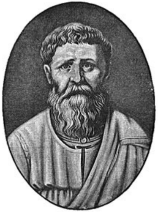
Dante Alighieri, Božská komedie, 33,121-126:

Ne, nemám slov, ba ani sil to chápat
a netroufám si vyložit to blíž,
s tím „nic“, co vím, zde musím jenom tápat.

Ó věčné světlo, které v sobě tkvíš,
jen ty si s láskou hledíš do ohniska,
jen ty se znáš a sebe vysvětlíš.

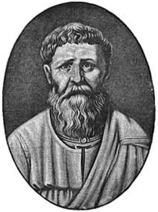


Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



354–430

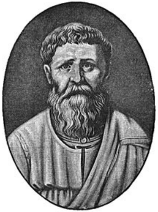
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



354–430

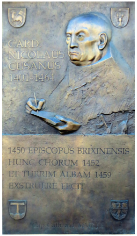
Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



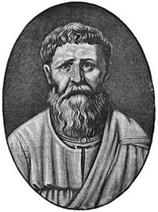
354–430

Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!



1401–1462

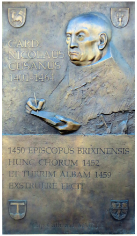
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



354–430

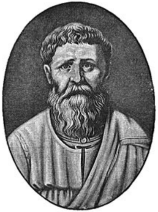
Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

Mikuláš Kusánský, De docta ignorantia: *… o pravdě nevíme nic jiného, než že víme, že přesně tak jak jest, je neuchopitelná – a všichni filosofové ji hledají, ale žádný ji nenašel tak jak jest; a čím poučenější budeme o této nevědomosti, tím blíž se přibližujeme k samotné pravdě.*



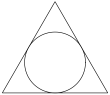
1401–1462

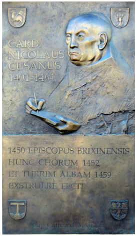
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



354–430

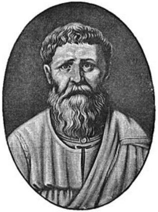
Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti ... I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho ...*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není ... Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!





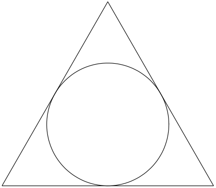
1401–1462

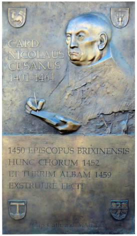
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



354–430

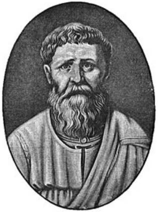
Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti …I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není …Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!





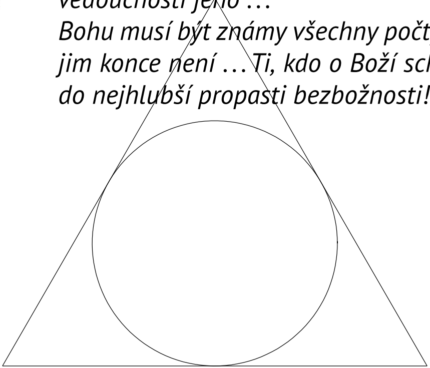
1401–1462

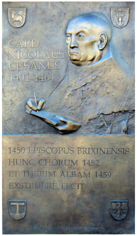
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



354–430

Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti …I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není …Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!





1401–1462

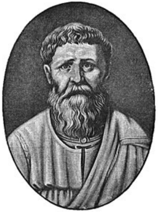
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

354–430

Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

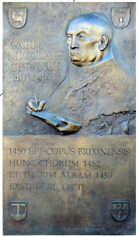
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



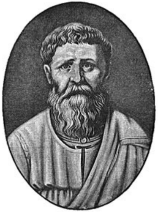
354–430

Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti … I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není … Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!



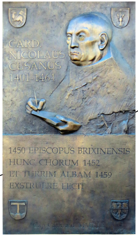
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



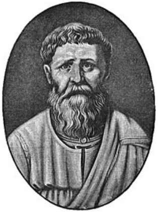
354–430

Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti …I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není …Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!



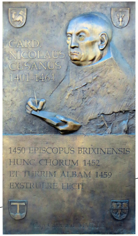
1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



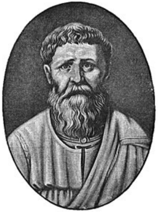
354–430

Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti …I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není …Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!



1401–1462

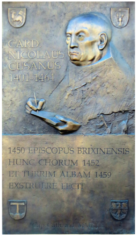
Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



354–430

Aurelius Augustin: *I buď vzdálena od nás všeliká pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti …I když jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědoucnosti jeho …*
Bohu musí být známy všechny počty, o nichž víme jistotně, že jim konce není …Ti, kdo o Boží schopnosti pochybují, se řítí do nejhlubší propasti bezbožnosti!

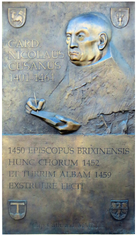
Není žádná úměrnost mezi nekonečným a konečným.



1401–1462

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna

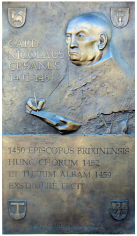
Není žádná úměrnost mezi nekonečným a konečným.



1401–1462

1548–1600

Theologické důvody pro existenci aktuálního nekonečna



1401 – 1462

Není žádná úměrnost mezi nekonečným a konečným.

1548 – 1600

Giordano Bruno: *…je rozmnožena znamenitost Boží a zjevena velikost Jeho říše. Není oslavován jedním, nýbrž nespočetnými slunci, nikoliv jednou zemí a jedním světem, ale tisícem tisíců, co pravím, nekonečností světů.*

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1. nekonečno co do počtu

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti (přesnost)

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti (přesnost)
5. Bůh

1592–1667

Rodrigo (Roderico) de Arriaga

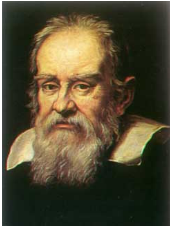
Od roku 1625 pracoval v Praze.

Uznával aktuální nekonečno.

1. nekonečno co do počtu
2. nekonečno co do rozlehlosti (délka, obsah, objem)
3. nekonečno co do intenzity (síla, rychlost, láska)
4. nekonečno co do dokonalosti (přesnost)
5. Bůh (nekonečný svým vlastním způsobem)

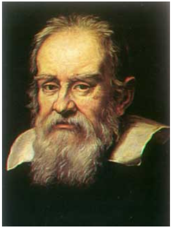
1592–1667

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

Galileo Galilei: nekonečno je sporné

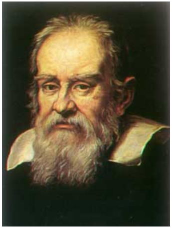


1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

Galileo Galilei: nekonečno je sporné

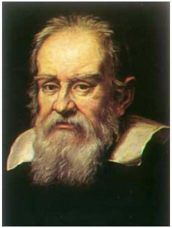
Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.



1564–1642

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné

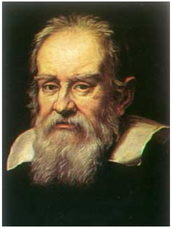


1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné

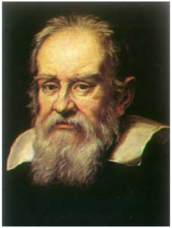


1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 . . .

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



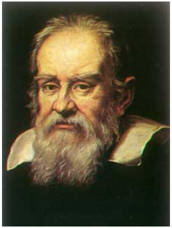
1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část

Závěr:
Počet čtvercových čísel je menší, než všech přirozených.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 . . .

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část

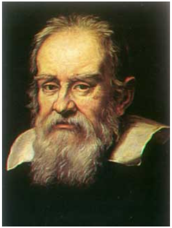
Závěr:
Počet čtvercových čísel je menší, než všech přirozených.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	...
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2	26^2	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

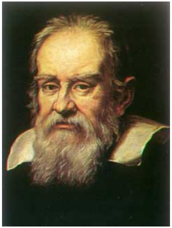
Axiom: Co se kryje, rovno jest.



1564–1642

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2	26^2	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.

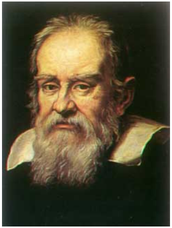
Axiom: Co se kryje, rovno jest.

Závěr:

Počet čtvercových čísel je stejný, jako všech přirozených.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2	26^2	...

Galileo Galilei: nekonečno je sporné



1564–1642

Předpoklad: Všechna přirozená čísla existují.
Axiom: Celek je větší než část
Axiom: Co se kryje, rovno jest.
Závěr:

Spor!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2	26^2	...

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí.

1781–1848

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí.
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí.
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí.
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

1781–1848

Eukleidovy axiomy platí pouze pro konečná množství.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí.
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

Eukleidovy axiomy platí pouze pro konečná množství.

- Pozoruhodný vztah dvou nekonečných množství spočívá v tom, že je možno každý předmět jednoho množství spojit s předmětem z druhého množství ve dvojici tak, že žádný předmět v obou množstvích nezůstane bez spojení a že také žádný se nevyskytuje ve dvou či více dvojicích.

Bernard Bolano: Nekonečno je paradoxní

1781–1848

- Existuje aspoň jedna pravdivá věta.
  Důsledek: Existuje neomezeně mnoho pravdivých vět.
- Bůh je vševědoucí.
  Důsledek: V boží mysli jsou všechny pravdivé věty.
- Závěr: Nekonečné množství existuje.

Eukleidovy axiomy platí pouze pro konečná množství.

- Pozoruhodný vztah dvou nekonečných množství spočívá v tom, že je možno každý předmět jednoho množství spojit s předmětem z druhého množství ve dvojici tak, že žádný předmět v obou množstvích nezůstane bez spojení a že také žádný se nevyskytuje ve dvou či více dvojicích.
- Avšak přes to mohou tato množství být ve vztahu nerovnosti, takže se jedno jeví být pouze částí druhého.

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

1845–1918

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.

1845 – 1918

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.

1845–1918

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Celých čísel je $\aleph_0$.

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Celých čísel je $\aleph_0$.

$$0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5, 6, \dots$$

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Racionálních čísel je $\aleph_0$.

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Racionálních čísel je $\aleph_0$.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \cdots \\
\frac{1}{2} & \frac{2}{2} & \frac{3}{2} & \frac{4}{2} & \frac{5}{2} & \frac{6}{2} & \frac{7}{2} & \frac{8}{2} & \cdots \\
\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{3}{3} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{6}{3} & \frac{7}{3} & \frac{8}{3} & \cdots \\
\frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{3}{4} & \frac{4}{4} & \frac{5}{4} & \frac{6}{4} & \frac{7}{4} & \frac{8}{4} & \cdots \\
\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & \frac{5}{5} & \frac{6}{5} & \frac{7}{5} & \frac{8}{5} & \cdots \\
\frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} & \frac{5}{6} & \frac{6}{6} & \frac{7}{6} & \frac{8}{6} & \cdots \\
\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} & \frac{6}{7} & \frac{7}{7} & \frac{8}{7} & \cdots \\
\frac{1}{8} & \frac{2}{8} & \frac{3}{8} & \frac{4}{8} & \frac{5}{8} & \frac{6}{8} & \frac{7}{8} & \frac{8}{8} & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{array}
, \qquad 1, \tfrac{1}{2}, 2, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{2}, 3, \tfrac{1}{4}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{3}{2}, 4, \tfrac{1}{5}, \tfrac{2}{4}, \tfrac{3}{3}, \tfrac{4}{2}, 5 \ldots
$$

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Racionálních čísel je $\aleph_0$.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \dots \\
\frac{1}{2} & \frac{2}{2} & \frac{3}{2} & \frac{4}{2} & \frac{5}{2} & \frac{6}{2} & \frac{7}{2} & \frac{8}{2} & \dots \\
\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{3}{3} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{6}{3} & \frac{7}{3} & \frac{8}{3} & \dots \\
\frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{3}{4} & \frac{4}{4} & \frac{5}{4} & \frac{6}{4} & \frac{7}{4} & \frac{8}{4} & \dots \\
\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & \frac{5}{5} & \frac{6}{5} & \frac{7}{5} & \frac{8}{5} & \dots \\
\frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} & \frac{5}{6} & \frac{6}{6} & \frac{7}{6} & \frac{8}{6} & \dots \\
\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{4}{7} & \frac{5}{7} & \frac{6}{7} & \frac{7}{7} & \frac{8}{7} & \dots \\
\frac{1}{8} & \frac{2}{8} & \frac{3}{8} & \frac{4}{8} & \frac{5}{8} & \frac{6}{8} & \frac{7}{8} & \frac{8}{8} & \dots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{array}
, \qquad 1, \tfrac{1}{2}, 2, \tfrac{1}{3}, 3, \tfrac{1}{4}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{3}{2}, 4, \tfrac{1}{5}, 5 \dots
$$

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Sporem:
$$\begin{array}{l}
0{,}a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}\cdots \\
0{,}a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}\cdots \\
0{,}a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}\cdots \\
0{,}a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}\cdots \\
0{,}a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}\cdots \\
0{,}a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}\cdots \\
\vdots
\end{array}$$

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Sporem:
$$
\begin{array}{l}
0{,}a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}\cdots \\
0{,}a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}\cdots \\
0{,}a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}\cdots \\
0{,}a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}\cdots \\
0{,}a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}\cdots \\
0{,}a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}\cdots \\
\vdots
\end{array}
$$

$$
0{,}b_1b_2b_3b_4b_5\cdots \qquad b_i = \begin{cases} 0, & a_{ii} \neq 0 \\ 1, & a_{ii} = 0 \end{cases}
$$

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Reálných čísel je více než $\aleph_0$.

Sporem:
$$\begin{array}{l}
0{,}a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}\cdots \\
0{,}a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}\cdots \\
0{,}a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}\cdots \\
0{,}a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}\cdots \\
0{,}a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}\cdots \\
0{,}a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}\cdots \\
\vdots
\end{array}$$

$$0{,}b_1b_2b_3b_4b_5\cdots \qquad b_i = \begin{cases} 0, & a_{ii} \neq 0 \\ 1, & a_{ii} = 0 \end{cases}$$

Cantorův diagonální argument

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

$$x = 0{,}\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4\xi_5\xi_6\xi_7\cdots\,,\ y = 0{,}\eta_1\eta_2\eta_3\eta_4\eta_5\eta_6\eta_7\cdots\,,$$

$$q = 0{,}\xi_1\eta_1\xi_2\eta_2\xi_3\eta_3\xi_4\eta_4\xi_5\eta_5\xi_6\eta_6\cdots$$

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845–1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \le q \le 1$.

$$q = 0{,}\varrho_1\varrho_2\varrho_3\varrho_4\varrho_5\varrho_6\varrho_7\varrho_8\varrho_9\varrho_{10}\cdots,$$

$$x = 0{,}\varrho_1\varrho_3\varrho_5\varrho_7\varrho_9\cdots, \quad y = 0{,}\varrho_2\varrho_4\varrho_6\varrho_8\varrho_{10}\cdots$$

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

1845 – 1918

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

$$q = 0{,}\varrho_1\varrho_2\varrho_3\varrho_4\varrho_5\varrho_6\varrho_7\varrho_8\varrho_9\varrho_{10}\cdots ,$$

$$x = 0{,}\varrho_1\varrho_3\varrho_5\varrho_7\varrho_9\cdots , \quad y = 0{,}\varrho_2\varrho_4\varrho_6\varrho_8\varrho_{10}\cdots$$

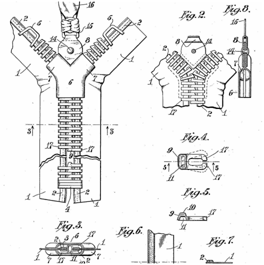
Cantorův zip

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

Exkurs

V té době vznikl i opravdový zip (zdrhovadlo)

Roku 1851 si ho nechal patentovat Elias Howe (vynálezce šicího stroje)



Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$

1845 – 1918

Bodů na úsečce je stejné množství jako bodů ve čtverci

Body jednotkového čtverce (x, y), $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$
Body jednotkové úsečky: q, $0 \leq q \leq 1$.

$$q = 0{,}\varrho_1\varrho_2\varrho_3\varrho_4\varrho_5\varrho_6\varrho_7\varrho_8\varrho_9\varrho_{10}\cdots,$$

$$x = 0{,}\varrho_1\varrho_3\varrho_5\varrho_7\varrho_9\cdots, \quad y = 0{,}\varrho_2\varrho_4\varrho_6\varrho_8\varrho_{10}\cdots$$

George Cantor Richardu Dedekindovi, 29. června 1877:

Je le vois, mais je ne crois pas!

Georg Cantor: S nekonečny lze počítat

- Axiom co se kryje, rovno jest platí i pro nekonečná množství.
- Axiom celek je větší než část je nutné zeslabit: celek není menší než část.
- Nejmenší nekonečné množství je množství přirozených čísel $\aleph_0$
- Ke každému nekonečnému množství existuje množství větší, $\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \aleph_3 < \cdots$

1845–1918

Naivní teorie množin

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : \ x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b$:= z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : \ x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : \ x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : \ x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : \ x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \{\, \{x\}, \{x, y\} \,\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \left\{ \{x\}, \{x, y\} \right\}$
Kartézský součin množin: $a \times b := \{(x, y) : x \in a, y \in b\}$

Naivní teorie množin

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : \ x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b :=$ z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : \ x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : \ x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : \ x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \left\{ \{x\}, \{x, y\} \right\}$
Kartézský součin množin: $a \times b := \{(x, y) : \ x \in a, y \in b\}$

Relace ρ na množině a: $\rho \subseteq a \times a$
Korespondence κ množin a, b: $\kappa \subseteq a \times b$

Naivní teorie množin – univerzální jazyk matematiky

Primitivní pojmy:

- množina
- být prvkem $\in$

Prázdná množina $\emptyset := \{x : x \neq x\}$
Podmnožina $a \subseteq b$:= z $x \in a$ plyne $x \in b$
Operace s množinami:

- sjednocení množin $a \cup b := \{x : x \in a \text{ nebo } x \in b\}$
- průnik množin $a \cap b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \in b\}$
- rozdíl množin $a \setminus b := \{x : x \in a \text{ a současně } x \notin b\}$

Uspořádaná dvojice: $(x, y) := \big\{ \{x\}, \{x, y\} \big\}$
Kartézský součin množin: $a \times b := \{(x, y) : x \in a, y \in b\}$

Relace ρ na množině a: $\rho \subseteq a \times a$
Korespondence κ množin a, b: $\kappa \subseteq a \times b$

Naivní teorie množin – pokračování

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Množina a nemá větší mohutnost než množina b, $|a| \leq |b|$, pokud existuje injekce $a \to b$.

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Množina a nemá větší mohutnost než množina b, $|a| \leq |b|$, pokud existuje injekce $a \to b$.

Platí: $|a| = |b|$ právě tehdy, když $|a| \leq |b|$ a současně $|b| \leq |a|$.

Naivní teorie množin – pokračování

Zobrazení množiny a do množiny b, $f : a \to b$: $f \subseteq a \times b$ taková, že z $(x, y_1) \in f, (x, y_2) \in f$ plyne $y_1 \neq y_2$

Prosté zobrazení (*injekce*) množiny a do množiny b: takové zobrazení $f : a \to b$ že z $(x_1, y_1) \in f$, $(x_2, y_2) \in f$, $x_1 \neq x_2$ plyne $y_1 \neq y_2$

Zobrazení množiny a na množiny b (*surjekce*): takové zobrazení $f : a \to b$ že ke každému $y \in b$ existuje $x \in a$, že $(x, y) \in f$

Vzájemně jednoznačné zobrazení množin (*bijekce*) a, b: zobrazení $a \to b$, které je současně injekce a surjekce.

Množiny a, b mají stejnou *mohutnost*, $|a| = |b|$, pokud existuje bijekce $a \to b$.

Množina a nemá větší mohutnost než množina b, $|a| \leq |b|$, pokud existuje injekce $a \to b$.

Platí: $|a| = |b|$ právě tehdy, když $|a| \leq |b|$ a současně $|b| \leq |a|$.

Potenční množina množiny a: $\mathcal{P}(a) := \{b : b \subseteq a\}$

Babylónská věž

Přirozená čísla:
$$\begin{aligned} 0 &:= \emptyset \\ 1 &:= \{\emptyset\} \\ 2 &:= \{\{\emptyset\}\} \end{aligned}$$

Babylónská věž

Přirozená čísla:

$$
\begin{aligned}
0 &:= \emptyset \\
1 &:= \{\emptyset\} \\
2 &:= \{\{\emptyset\}\} \\
&\vdots \\
n &:= \{n-1\} \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

Babylónská věž

Přirozená čísla: $$\begin{aligned} 0 &:= \emptyset \\ 1 &:= \{\emptyset\} \\ 2 &:= \{\{\emptyset\}\} \\ &\vdots \\ n &:= \{n-1\} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\left|a\right| < \left|\mathcal{P}(a)\right|$$

Babylónská věž

Přirozená čísla:

$$
\begin{aligned}
0 &:= \emptyset\\
1 &:= \{\emptyset\}\\
2 &:= \{\{\emptyset\}\}\\
&\ \vdots\\
n &:= \{n-1\}\\
&\ \vdots
\end{aligned}
$$

$$\big|a\big| < \big|\mathcal{P}(a)\big|$$

$$\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 < \aleph_3 < \cdots \to ת$$

MASARYKOVA UNIVERZITA