

Funkce goniometrické a cyklometrické

1. Definujte funkce sinus, kosinus, tangens a cotangens a sestavte tabulku funkčních hodnot pro hodnoty proměnné: $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \dots$ a odpovídající úhly ve všech čtyřech kvadrantech.

2. Načrtněte grafy funkcí a diskutujte jejich vlastnosti:

a) $\operatorname{arctg} x, \operatorname{arccotg} x, \operatorname{arcsin} x, \operatorname{arccos} x$

b) $\sin(2x - \frac{\pi}{4})$

c) $-3 \cos(x + \frac{\pi}{2})$

d) $\cotg 4x$

e) $\operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

3. Řešte rovnice:

a) $\cos 2x + \sin^2 x = \frac{3}{4}$

b) $2 \sin^2 x - \cos x \sin x - \cos^2 x = 0$

c) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$

4. Řešte nerovnice:

a) $\sin^2 x \leq \frac{1}{4}$

b) $\sqrt{1 + \sin x} < 2 \sin \frac{x}{2}$

c) $\frac{1 + \cos 2x}{2} \geq \frac{3}{2}$

5. Určete nejmenší periodu funkcí: $y = \sin 3x, y = \sin^2 x, y = 2 \sin x \cos x + 1 - 2 \sin^2 x, y = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$.

6. Vypočtěte $\sin 15^\circ, \cos 15^\circ$.

7. Vypočtěte hodnoty funkcí $\sin x$ a $\cos x$, znáte-li hodnotu $\tan x = A$ a $x \in (0, \pi)$.