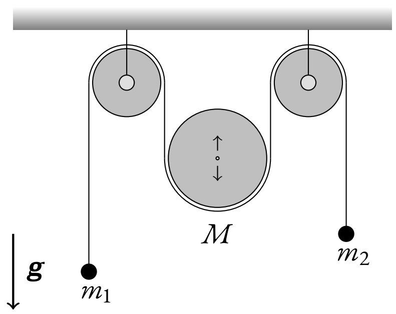
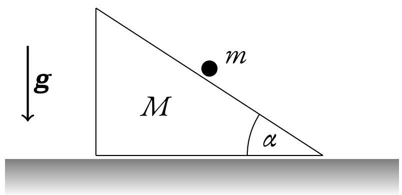
Dvojitý kladkostroj Na obrázku je zobrazen dvojitý kladkostroj sestávající se ze tří kladek u nichž neuvažujeme příspěvek k energii spojený s otáčivým pohybem. Centrální kladka se může volně pohybovat vertikálně, a má hmotu M. Hmoty m_1 a m_2 jsou na konci vlákna, a jsou vedené přes pevně umístěné krajní kladky. Vlákno spojující tyto tři tělesa je nehmotné a neprokluzuje. Gravitační zrychlení nechť je g. Tření je zanedbatelné.

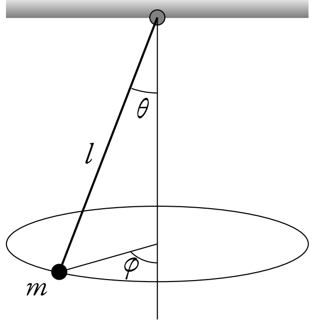
Sestavte pohybovou rovnici tohoto systému, a zjistěte za jakých podmínek bude soustava v klidu, bude-li. (Odevzdávejte do 27. září 2022 (úterní skupina), a do 4. října 2022 (pondělní skupina))



Skluz po pohyblivé rampě Tělísko o hmotnosti m se pohybuje bez tření po nakloněné rovinně s neměnným vrcholovým úhlem α o hmotnosti M, která se také může bez tření pohybovat po vodorovné podložce. Vyšetřete pohyb systému. (úterní skupina do 4. října, pondělní do 10. října)



Sférické kyvadlo Vypočtěte Euler-Lagrange rovnice pro sférické kyvadlo, tj. pro hmotný bod m na niti konstantní délky l, který se může bez odporu kývat vertikálně, a zároveň opisovat horizontální elipsu. Dále určete, které fyzikální veličiny se zachovávají, vypočtěte je, a přímým výpočtem dokažte, že tomu tak skutečně je. (úterní skupina do 11. října, pondělní do 17. října)



Harmonický oscilátor S uvážením zákonů zachování nalezněte funkci popisující časovou závislost polohy harmonického oscilátoru: Zjistěte které veličiny se zachovávají, vypočtěte zobecněnou energii, převeďte problém na diferenciální rovnici prvního řádu, a vyřešte ji. Interpretujte výsledek. Nepoužívejte Euler-Lagrangeovu rovnici. (úterní skupina do 18. října, pondělní do 24. října)

Pohyb po šroubovici Částice o hmotě m se v gravitačním poli pohybuje podél šroubovice $z = k\theta$ mající konstantní poloměr $r =$ konst., kde k je konstanta a z vertikální souřadnice. Z lagrangiánu nalezněte hamiltonián, sestavte hamiltonovy rovnice, a tyto rovice vyřešte. Ukažte, že pro $r \to 0$, $\ddot{z} = -g$. (úterní skupina do 25. října, pondělní do 31. října)

Hamiltonián neznámého systému Mějmež Lagrangián

$$L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + \frac{1}{2}kq^2.$$

Spočtěte Hamiltonián, vypočtete hamiltonovy rovnice. Tyto rovnice vyřešte. Pro jistotu, užijte dva možné způsoby. Nakreslete fázový portrét. O jaký se jedná systém? (úterní skupina do 1. listopadu, pondělní do 7. listopadu)

V elektromagnetickém poli Předpokládejme, že lagrangián pro nabitou částici v elektromagnetickém poli jest

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - e\Phi + \frac{e}{c}\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{A}, \qquad \text{[cgs]}$$

kde e je náboj a $\boldsymbol{v}$ rychlost částice v elektrickém $\Phi(x, y, z, t)$ a vektorovém $\boldsymbol{A}(x, y, z, t)$ potenciálu. Vztah mezi nimi a magnetickou či elektrickou intensitou je

$$\boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t} - \nabla\Phi. \qquad \text{[cgs]}$$

Odvoďte pohybovou rovnici pro tuto částici, a dokažte, že na ni pole působí silou

$$\boldsymbol{F} = e\left(\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{v}}{c}\times\boldsymbol{B}\right). \qquad \text{[cgs]}$$

Dále vypočtete hamiltonián a zobecněnou hybnost. Pozor, všechny vztahy jsou uvedeny v systému jednotek cgs, je-li vám bližší SI, bez obav jej užijte.

Nápověda: totální časová derivace obecné funkce $G(x, y, z, t)$ podél dráhy částice je

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial G}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla G.$$

Možná též shledáte užitečnou identitu $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$ aplikovatelnou na vektory i jejich gradienty. (úterní skupina do 8. listopadu, pondělní do 14. listopadu)

Poissonův poměr Nalezněte vhodný materiál a předmět (s vhodnou strukturou, mající malý Youngův modul, příhodný tvar a velikost), vystavte ho působení síly, a zdokumentujte, fotograficky či měřením, změny jeho tvaru. Odhadněte Poissonův poměr tohoto materiálu. (úterní skupina do 15. listopadu, pondělní do 21. listopadu)

Kosmická trubice Kosmická stanice je tvořena dlouhou trubkou o vnitřním poloměru R_1 a vnějším R_2, jež byly změřeny před startem. Určete o kolik se změní vnější poloměr trubky po vynesení na oběžnou dráhu Země. Předpokládejte, že stěny trubice jsou tvořeny homogenním materiálem popsaným konstantami E a σ. (úterní skupina do 22. listopadu, pondělní do 28. listopadu)

Eulerova rovnice Odvoďte zrychlení elementu kontinua ve tvaru

$$\boldsymbol{a} = \frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}$$

nejméně dvěma možnými myšlenkovými způsoby. Vodítkem mohou být různé literární zdroje. (úterní skupina do 29. listopadu, pondělní do 5. prosince)

Izotermický model atmosféry Vypočtete jak se mění tlak p, a hustota ϱ, s výškou pro jednoduchý model atmosféry Země, jenž předpokládá vrstvu ideálního plynu podléhající stavové rovnici:

$$\frac{p}{\varrho} = \text{konst.}$$

Zdůvodněte, proč jej nazýváme izotermickým modelem. (úterní skupina do 13. prosince, pondělní do 12. prosince)