

3. cvičení z M1035, podzim 2022

Příklad 0. Uvažujme kvadratickou funkci

$$f(x) = -2x^2 + 7x - 4.$$

- (1) Načrtněte, jak přibližně vypadá její graf.
- (2) Zjistěte, na kterých intervalech je rostoucí a na kterých klesající.
- (3) Najděte její obor hodnot.
- (4) Na intervalu, kde je klesající, k ní najděte inverzní funkci.
- (5) Na intervalu, kde je rostoucí, k ní najděte inverzní funkci.

Příklad 1. Najděte reálné kořeny polynomů

- a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$,
- b) $9x^3 - 15x^2 - 32x - 12$

a rozložte dané polynomy na součin polynomů s reálnými koeficienty.

Řešení. Použijeme Hornerovo schéma: a) $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 6)$, b) $(x - 3)(3x + 2)^2$. □

Příklad 2. V oboru komplexních čísel spočítejte a zapište ve tvaru $a + bi$.

- a) $(1 + i)(1 + 2i)$,
- b) $\frac{1}{i} + \frac{1}{1 + i} + \frac{1}{1 - i}$,
- c) $\frac{1 + i + 2i^2 - 3i^3 + i^4 + i^5 + i^6}{1 - 5i}$,
- d) $\left(\frac{1 + 2i}{1 - 2i}\right)^2 - \left(\frac{1 - 2i}{1 + 2i}\right)^2$.

Příklad 3. Najděte všechny komplexní kořeny polynomů

- a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$,
- b) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24$

a rozložte dané polynomy na součin polynomů 1. stupně s komplexními koeficienty.

Příklad 4. Vypočítejte absolutní hodnotu komplexního čísla

$$\left| \frac{5 + 12i}{8 - 6i} \right|.$$

Příklad 5. Najděte všechna komplexní čísla z taková, že

$$z^2 = 3 - 4i$$

a znázorněte je v komplexní rovině.

Příklad 6. Nakreslete grafy složených funkcí $h \circ f$ a $f \circ h$, jestliže

$$f(x) = x^2 + x - 1, \quad h(x) = |x|.$$

Příklad. 7. Řešte v \mathbb{R} nerovnici

$$|x^2 - 2x - 3| \leq 3(x - 1).$$