

5. cvičení z M1035, podzim 2022

Příklad. 1. Nakreslete grafy funkcí

a) $f(x) = 2^{x+1} - 4$,

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$,

c) $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} + 4$,

d) $f(x) = \log_2(x+4) - 1$,

e) $f(x) = \ln|x|$,

f) $f(x) = |\ln|x||$.

Příklad. 2. Určete definiční obor funkcí:

a) $f(x) = \sqrt{\log_5 x + 1}$,

b) $f(x) = \frac{1}{\ln(1-x)}$,

c) $f(x) = \ln(x^3 - x)$,

c) $f(x) = \ln(-x^2 + 3x + 4)$.

Příklad. 3. Zjistěte, zda je daná funkce sudá nebo lichá

$$f(x) = \frac{1}{x^3} |\ln|x||$$

Příklad. 4. Řešte v \mathbb{R} následující rovnice:

a) $2^x + (0,5)^{2x-3} - 6(0,5)^x = 1$,

b) $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$,

c) $9^{x^2-1} - 36 \cdot 3^{x^2-3} + 3 = 0$,

d) $|x|^{x^2-2x} = 1$,

e) $10^x - 5^{x-1} \cdot 2^{x-2} = 950$,

f) $3 \cdot 16^x + 37 \cdot 36^x = 26 \cdot 81^x$.

Řešení. (a) $1, \log_2 \frac{\sqrt{17}-1}{2}$,

(b) 2,

(c) $\pm 1, \pm\sqrt{2}$,

(d) $\pm 1, 2$,

(e) 3,

(f) 1/2. □

Příklad. 5. Řešte v \mathbb{R} následující rovnice:

a) $\log\left(\frac{9}{2} - x\right) = \log\frac{9}{2} - \log x$,

b) $\log 5 + \log(x+10) = 1 - \log(2x-1) + \log(21x-30)$,

c) $\log_4 \log_2 \log_3(2x-1) = \frac{1}{2}$,

- d) $\log(20 - x) = \log^3 x$,
e) $\log_2(x^2 - 1) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$,
f) $\log_4(x + 12) \cdot \log_x 2 = 1$.

Řešení. (a) $3/2, 2$,
(b) $3/2, 10$,
(c) 41 ,
(d) 10 ,
(e) $(1 + \sqrt{5})/2$,
(f) 4 . □

Příklad 6. Řešte v \mathbb{R} následující nerovnosti:

- a) $\frac{1}{2^x - 1} > \frac{1}{1 - 2^{x-1}}$,
b) $\log \left| \frac{x - 1}{2x + 1} \right| < 0$.

Řešení. (a) $(0, 2 - \log_2 3) \cup (1, \infty)$,
(b) $(-\infty, -2) \cup (0, 1) \cup (1, \infty)$. □