

## 7. cvičení z M1035, podzim 2022

**Příklad 1.** Vypočtěte následující limity, případně limity zleva a zprava v hraničních bodech definičních oborů:

- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 + x - 30}, a = 6, 5, \infty, -\infty.$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}, a = -2, \infty, -\infty.$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x + 6} - 2}{x + 2}, a = -2, \infty.$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{x^2 - 1}, a = 1, -1, \infty, -\infty.$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 + x^2 + 8}{6x^3 + 12}, a = -\sqrt[3]{2}.$

**Příklad 2.** Pomocí vhodné úpravy převed' te na některou známou limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = \infty.$$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_z(x + 1)}{x}.$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{\sin x}.$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x}{4 - 4 e^x},$
- $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{1 + \cos 2x}.$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x,$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2},$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + x - 1}{x},$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + x)^{\frac{1}{x}},$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right),$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x.$

*Návod.*

- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x.$
- $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}.$
- $(e^x + x)^{1/x} = e^{\frac{\ln(e^x + x)}{x}}.$
- Počítejte limitu logaritmu z daného výrazu.

