

2. cvičení z M1035, podzim 2021

Příklad. 1. Necht' f je nějaká funkce s definičním oborem $D(f) = \mathbb{R} - \{2021\}$. Necht' $g(x) = x - 3$ a $h(x) = x + 5$.

- (1) Jaký je definiční obor složených funkcí $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ a $(f \circ h)(x) = f(h(x))$.
- (2) Máme-li graf funkce f , jak dostaneme grafy funkcí $f \circ g$ a $f \circ h$?
- (3) Je-li f rostoucí na $(-\infty, 2021)$ a klesající na $(2021, \infty)$, kde jsou rostoucí a klesající funkce složené?

Příklad. 2. Uvažujme funkce

$$f(x) = \frac{2}{x-1}, \quad g(x) = \frac{5}{3-x}.$$

- (1) Zjistěte jejich definiční obory, obory hodnot a nakreslete jejich grafy.
- (2) Zjistěte, zda jsou tyto funkce prosté. Pokud ano, najděte inverzní funkce.
- (3) Spočítejte složenou funkci $f \circ g$, najděte její definiční obor, obor hodnot a graf.

Příklad. 3. Uvažujme kvadratickou funkci

$$f(x) = -2x^2 + 7x - 4.$$

- (1) Načrtněte, jak přibližně vypadá její graf.
- (2) Zjistěte, na kterých intervalech je rostoucí a na kterých klesající.
- (3) Najděte její obor hodnot.
- (4) Na intervalu, kde je klesající, k ní najděte inverzní funkci.
- (5) Na intervalu, kde je rostoucí, k ní najděte inverzní funkci.

Příklad. 4. Řešte v \mathbb{R} kvadratickou rovnici s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

$$ax^2 + 2x + 1 = 0.$$

Příklad. 5. Nakreslete grafy složených funkcí $h \circ f$ a $f \circ h$, jestliže

$$f(x) = x^2 + x - 1, \quad h(x) = |x|.$$

Příklad. 6. Řešte v \mathbb{R} nerovnici

$$|x^2 - 2x - 3| \leq 3(x - 1).$$

Příklad. 7. Najděte kořeny polynomů

- a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$,
- b) $9x^3 - 15x^2 - 32x - 12$

a rozložte je na součin polynomů s reálnými koeficienty.