

1 Vyšetřete průběh funkce $(x + 2)^{2/3} - (x - 2)^{2/3}$.

2 Do rovnoramenného trojúhelníku se základnou x a výškou h vepište obdélník tak, aby měl co největší obvod.

3 Na elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, kde $0 < b < a$, najděte bod, který je co možná nejdál od jejího vrcholu v bodě $[0; b]$.

4 Rozvojem do prvního řádu přibližně nahradte výraz $\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}} - \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$, kde x berte jako velmi malé oproti jedné.

5 Rozvojem čitatele v řadu (stačí prvních pár členů) snadno vypočtete limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}$.

6 Pomocí l'Hospitalova pravidla spočtete limity:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$; 2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$.

7 Nalezněte rovnici tečny ke grafu funkce $y = x^4 + x^2 + 3$ v bodě $x = 1$.

8 Mnich za úsvitu přišel k patě hory a celý den strávil výstupem nahoru. Tam přespal v chrámu a dalšího dne opět za úsvitu vyrazil a celý den strávil sestupem dolů po téže cestě. Dokažte, že na cestě existuje aspoň jeden bod takový, že tam mnich byl v oba dny přesně ve stejný čas.

1 Vyšetřete průběh funkce $(x + 2)^{2/3} - (x - 2)^{2/3}$.

2 Do rovnoramenného trojúhelníku se základnou x a výškou h vepište obdélník tak, aby měl co největší obvod.

3 Na elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, kde $0 < b < a$, najděte bod, který je co možná nejdál od jejího vrcholu v bodě $[0; b]$.

4 Rozvojem do prvního řádu přibližně nahradte výraz $\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}} - \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$, kde x berte jako velmi malé oproti jedné.

5 Rozvojem čitatele v řadu (stačí prvních pár členů) snadno vypočtete limitu $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}$.

6 Pomocí l'Hospitalova pravidla spočtete limity:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$; 2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$.

7 Nalezněte rovnici tečny ke grafu funkce $y = x^4 + x^2 + 3$ v bodě $x = 1$.

8 Mnich za úsvitu přišel k patě hory a celý den strávil výstupem nahoru. Tam přespal v chrámu a dalšího dne opět za úsvitu vyrazil a celý den strávil sestupem dolů po téže cestě. Dokažte, že na cestě existuje aspoň jeden bod takový, že tam mnich byl v oba dny přesně ve stejný čas.