1 Cv. Najděte kanonickou rovnici kuželosečky

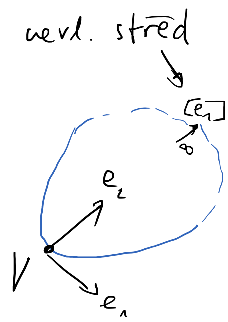
$$(x^1)^2 - 2x^1x^2 + (x^2)^2 - 4x^1 - 6x^2 + 3 = 0$$

$$\left(\begin{array}{c|cc} 3 & -2 & -3 \\ \hline -2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

char. poly: $\lambda(\lambda-2) = 0$

$\lambda = 2$: $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -1)^T$

$\lambda = 0$: $u_2 = \frac{1}{2}(0, 1, 1)^T$



. střed $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{array}\right)$ nemá řešení

$\Rightarrow$ hledáme vrchol V

$$\left(\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & * \\ \hline 0 & 2 & 0 \\ * & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$f(V, V) = 0$ $(V \in Q)$

$f(u_1, V) = 0$

2 Cv. Najděte kanonickou rovnici kvadriky

$$5(x^1)^2 + 8(x^2)^2 + 5(x^3)^2 + 4x^1x^2 - 8x^1x^3 + 4x^2x^3 + 6x^1 + 6x^2 + 6x^3 - 27 = 0$$

$\lambda = 9, 9, 0$

3 Cv. Najděte kanonický tvar kvadriky

$$(x^1)^2 + (x^2)^2 - 2x^1x^2 + 2x^1 + 2x^2 - 2\sqrt{2}\,x^3 - 8 = 0$$

$\lambda = 2, 0, 0$

4

Cv. Najděte bázi α prostoru $\mathbb{R}^3$ tak, aby k ní byla daná báze α^* prostoru $(\mathbb{R}^3)^*$ duální.

$$\alpha^* = \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ f^3 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} f^1(x^1, x^2, x^3) &= 2x^1 - x^2 \\ f^2(x^1, x^2, x^3) &= x^2 - x^3 \\ f^3(x^1, x^2, x^3) &= x^1 + x^2 + x^3 \end{aligned}$$

5 Cv. Najděte duální bázi α^* k bázi α prostoru $\mathbb{R}^3$

$\alpha = (e_1, e_2, e_3)$ $\quad e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \; e_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \; e_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

6 Cv. Popište v souřadnicích duální zobrazení k zobrazení $A : \mathbb{k}^n \to \mathbb{k}^m$, tj. $A \in \mathrm{Mat}_{m \times n}\, \mathbb{k}$

Cv. Dokažte: Nechť $U = V \oplus W$. Pak kompozice

$$W \hookrightarrow U \twoheadrightarrow U/V$$

je izomorfismus.

8 Cv. Popište implicitně podprostor

$$[(1,-1,0,0)^T, (1,0,-1,0)^T, (0,1,0,-1)^T] \subseteq \mathbb{K}^4$$

Cv. Popište všechny roviny procházející přímkou

$$p: \begin{array}{l} x^1 + x^2 - x^3 = 0 \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0 \end{array}$$

param./ impl.

10 Cv. Pomocí Motzkinovy eliminace rozhodněte o řešitelnosti

$$x, y, z \geq 0$$
$$4 \geq x+y+z \geq 2$$
$$3 \geq x+y \geq 1$$
$$2 \geq z$$