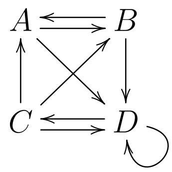
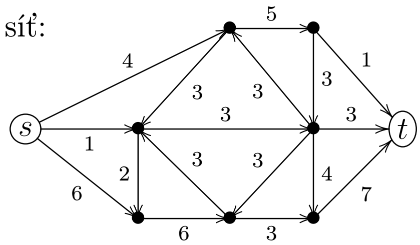
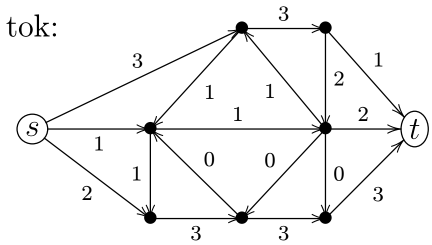
Teorie grafů – podzim 2017 – 1. termín

1. (10 bodů) Určete počet sledů v následujícím orientovaném grafu, které začínají ve vrcholu C a mají délku osm.



2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.





3. (5 bodů) Dejte příklad souvislého grafu, který má právě sedm vrcholů, není stromem a každý jeho vrchol stupně aspoň dva je bodem artikulace. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

4. (5 bodů) Dejte příklad grafu G se sedmi vrcholy, který je eulerovský a splňuje $\kappa(G) = \chi(G) = 2$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

5. (5 bodů) Dejte příklad 3-souvislého nehamiltonovského grafu se sedmi vrcholy. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

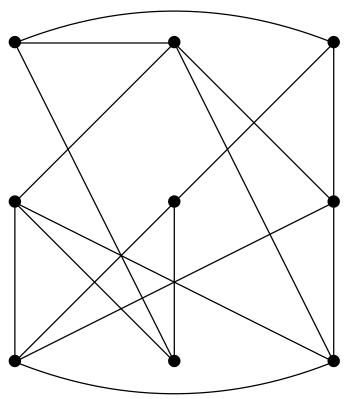
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

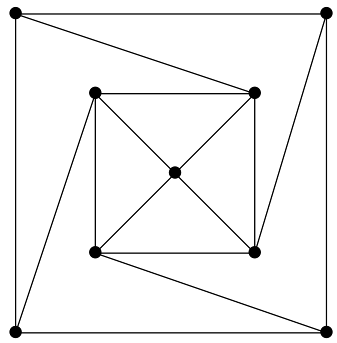
$$(1, 1, 2, x, y, 4, 4, x + y, x + y)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

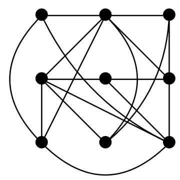
7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní souvislé grafy G se šesti vrcholy takové, že $\kappa(G)$ je menší než stupeň každého vrcholu.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.





9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 1$ je celé číslo a G je obyčejný graf s vrcholy u_i, v_i, w_i a x_i pro $i = 1, \ldots, n$ a hranami u_iv_i, u_iw_i, v_iw_i, u_ix_i, v_ix_i, w_ix_i, x_iu_{i+1}, x_iv_{i+1} a x_iw_{i+1} pro $i = 1, \ldots, n$, kde u_{n+1}, v_{n+1} a w_{n+1} značí vrcholy u_1, v_1 a w_1. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G, jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.

11. (5 bodů) Definujte blokový strom včetně v definici použitých pojmů.

12. (5 bodů) Formulujte Ramseyho větu pro k barev.

13. (10 bodů) Dokažte, že každý rovinný graf, který neobsahuje kružnici délky nejvýše pět, má vrchol stupně nejvýše dva.