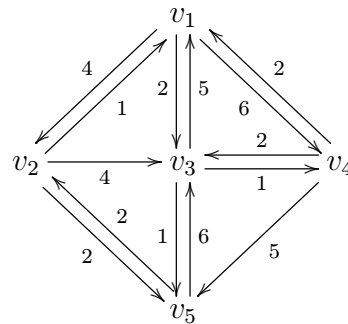
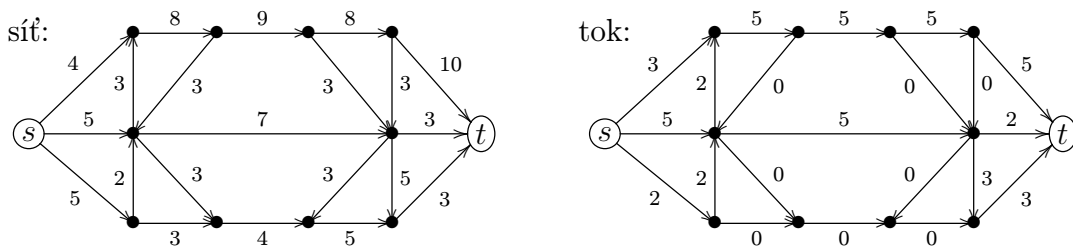


Teorie grafů – podzim 2019 – 3. termín

1. (10 bodů) Použitím některého algoritmu založeného na standardních operacích s maticemi určete vzdálenosti mezi všemi dvojicemi vrcholů následujícího grafu. Přitom vrcholy v matici reprezentujte v pořadí v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 .



2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.

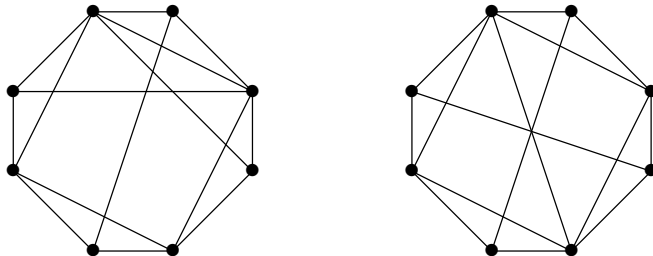


3. (5 bodů) Dejte příklad 2-souvislého grafu se šesti vrcholy, který není bipartitní a v němž největší párování obsahuje právě dvě hrany. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad souvislého bipartitního grafu G s osmi vrcholy, který obsahuje tři hrany, které neleží na stejné kostře grafu G . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu G s deseti vrcholy, který neobsahuje vrchol stupně 3 a splňuje $\kappa(G) = 2$ a $\kappa'(G) = 3$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

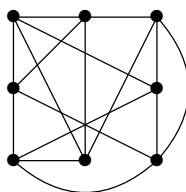
$$(1, 1, 1, x, 4, y, y, y + 1)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní souvislé grafy G s osmi vrcholy, které neobsahují cestu délky 5 a jejichž blokový strom má právě 6 vrcholů.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 3$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf sestávající z kružnice délky n a dvou dalších vrcholů, které jsou spojeny hranami právě s vrcholy této kružnice. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte blokový strom souvislého grafu, včetně v definici použitých pojmů.
12. (5 bodů) Formulujte Ramseyho větu pro k barev.
13. (10 bodů) Dokažte, že pro libovolný graf $G = (V, E)$ platí $2\kappa'(G) \leq \kappa(G) + |V| - 1$.