

Domácí úkol z 15. září 2022

Bud' K těleso. Necht' $A, B \in K$ jsou libovolné pevně zvolené prvky. Označme

$$f = y^2 - x^3 - Ax - B \in K[x, y].$$

Cílem úlohy je ukázat, že afinní algebraická množina

$$V = \{(x, y) \in K \times K; f(x, y) = 0\}$$

je afinní varieta ve smyslu definice uvedené na semináři, tedy ukázat, že

$$I(V) = \{h \in \overline{K}[x, y]; h(x, y) = 0 \text{ pro každou dvojici } (x, y) \in V\} \subseteq \overline{K}[x, y]$$

je prvoideál. Hvězdičkou jsou označeny podúlohy, které nejsou povinné.

1. Dokažte, že polynom f je ireducibilní nad \overline{K} .
- * 2. Dokažte, že $I(V) = (f)$. (*Nápověda: Použijte Hilbertovu větu o nulách.*)
3. Dokažte, že ideál (f) okruhu $\overline{K}[x, y]$ generovaný polynomem f je prvoideál.