Pokročilé numerické metody III
3.10.22 – úvod

Opakování

Základní rovnice

$$-(pu')' + qu = f$$

na intervalu $[0, l]$

Okrajové podmínky

Dirichletovy:

$$u(0) = g_0, \;\; u(l) = g_l$$

Newtonovy:

$$p(0)u'(0) = \alpha_0 u(0) - \beta_0$$

$$-p(l)u'(l) = \alpha_l u(l) - \beta_l$$

Neumannovy:

$$\alpha_0 = 0 \text{ nebo } \alpha_l = 0$$

Podmínky uložení

zaručují jednoznačnost řešení

a) platí Diricheltova podmínka alespoň v jednom krajním bodě
b) $q(x) \geq q_0 > 0$ na části intervalu
c) $\alpha_0 > 0$ nebo $\alpha_l > 0$

Slabá formulace

Rovnici vynásobíme *testovací* funkcí v a integrujeme.
Pokud v bodě 0 uvažujeme Diricheltovu okrajovou podmínku a v bodě l Newtonovu okrajovou podmínku, dostaneme

$$\int_0^l [pu'v' + quv]dx + \alpha_l u(l)v(l) = \int_0^l fvdx + \beta_l v(l)$$

neboli

$$a(u, v) = L(v)$$

Zobecnění

Podmínky jsou nejen v krajních bodech, ale i ve vnitřních bodech intervalu.

$$a(u, v) = \int_0^l [pu'v' + quv]dx + \sum_i \alpha_i u(c_i)v(c_i)$$

$$L(v) = \int_0^l fvdx + \sum_i \beta_i v(c_i)$$

a opět řešíme úlohu

$$a(u, v) = L(v)$$