

## 2. domácí úkol – MIN101 – podzim 2022 – odevzdat do **18.11.2022**

Uvažme matici

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 \\ a & b & c \\ -2 & 8 & -11 \end{pmatrix}, \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Určete parametry  $a, b, c$  tak, aby platily všechny následující podmínky:

- $\det M = 0$ ,
- $\det(M + E) = 0$ ,
- $h(M^2) < h(M)$ .

Zde  $E$  je jednotková matice  $3 \times 3$  a  $h(\cdot)$  je hodnota matice. Najděte všechna řešení, je-li jich více.

**Řešení:** První dvě podmínky dávají lineární rovnice

$$a + 3b + 2c = 0 \quad \text{a} \quad a + 4b + 3c = -4,$$

což znamená  $a = c + 12$ ,  $b = -c - 4$  pro  $c \in \mathbb{R}$  libovolné. Třetí podmínka v kombinaci s první znamená  $h(M) = 2$  a  $h(M^2) = 1$ . Dosazením dostaneme

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3c + 45 & -3c - 47 & 3c + 48 \\ -c^2 - 19c - 60 & c^2 + 19c + 52 & -c^2 - 19c - 48 \\ 8c + 120 & -8c - 126 & 8c + 129 \end{pmatrix}.$$

Matice nyní lze upravit na schodovitý tvar – všimněte si, že všechny hodnoty v prvním sloupci mají faktor  $c + 15$ . Ukáže se, že  $h(M^2) = 1$  platí pouze pro  $c = -15$ , tj. pro  $a = -3$  a  $b = 11$ .