

## 8. cvičení (7. 11. 2022)

### Kuželosečky v afinní rovině

Pojmy:

- přechod od projektivních k afinním souřadnicím a zpět;
- střed kuželosečky, průměr kuželosečky;
- asymptota kuželosečky;
- průměr kuželosečky;
- afinní typy kuželoseček, sestavení afinního polárního repéru.

Úlohy:

1. Určete střed kuželoseček:

(a)  $k_1: x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$

(b)  $k_2: x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$

(c)  $k_3: x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 4 = 0$

2. Určete asymptoty kuželoseček:

(a)  $k_1: 3x^2 + 10xy + 7y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$

(b)  $k_2: 3x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 8y + 11 = 0$

3. Určete průměr kuželosečky  $k: 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ , který prochází bodem  $M[1; -2]$ .

4. Určete průměr kuželosečky  $k: 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ , který je rovnoběžný s přímkou  $p: 2x - 5y + 4 = 0$ .

5. Určete afinní typ kuželosečky, normální tvar rovnic, normovaný afinní polární repér a transformační rovnice afinních souřadnic do normovaného afinního polárního repéru.

(a)  $k_1: 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$

(b)  $k_2: x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 6y + 3 = 0$

(c)  $k_3: x^2 + 2xy + y^2 - x - y = 0$

(d)  $k_4: x^2 - 4xy + 5y^2 + 4y + 5 = 0$

# Řešení

## Kuželosečky v afinní rovině

1. (a)  $S[7, 5]$   
(b) nevlastní střed  $\mathbf{s} = (1, 1)$   
(c) přímka středů  $s: x + y + 1 = 0$
2. (a)  $a_1: 2x + 2y - 1 = 0$   
 $a_2: 6x + 14y + 11 = 0$   
(b)  $a_1: 6i\sqrt{2} \cdot x + (8 - 4i\sqrt{2}) \cdot y + 10 - 2i\sqrt{2} = 0$   
 $a_2: -6i\sqrt{2} \cdot x + (8 + 4i\sqrt{2}) \cdot y + 10 + 2i\sqrt{2} = 0$
3.  $d: x + 2y + 3 = 0$
4.  $d: 2x - 5y - 3 = 0$
5. (a) reálná elipsa  
 $x'^2 + y'^2 - 1 = 0$   
 $S[-1, -1], \mathbf{e}_1 = \left(\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}, 0\right), \mathbf{e}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right)$   
 $x = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} \cdot x' + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot y' - 1$   
 $y = \sqrt{3} \cdot y' - 1$   
(b) parabola  
 $x'^2 + 2y' = 0$   
 $P[1, 0], \mathbf{e}_1 = \left(\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}\right), \mathbf{e}_2 = \left(-\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}\right)$   
 $x = \frac{4}{5} \cdot x' - \frac{1}{5} \cdot y' + 1$   
 $y = -\frac{1}{5} \cdot x' - \frac{1}{5} \cdot y'$   
(c) dvojice reálných rovnoběžek  
 $x'^2 - 1 = 0$   
 $S\left[\frac{1}{2}, 0\right], \mathbf{e}_1 = \left(\frac{1}{2}, 0\right), \mathbf{e}_2 = (1, -1)$   
 $x = \frac{1}{2} \cdot x' + y' + \frac{1}{2}$   
 $y = -y'$   
(d) imaginární elipsa  
 $x'^2 + y'^2 + 1 = 0$   
 $S[-4, -2], \mathbf{e}_1 = (1, 0), \mathbf{e}_2 = (2, 1)$   
 $x = x' + 2 \cdot y' - 4$   
 $y = y' - 2$