

Domácí úkoly

Kvadratické formy

1. V nějaké bázi na reálném vektorovém prostoru V_4 je dána kvadratická forma F . Určete její normovanou polární bázi, normální tvar rovnic, typ formy, signaturu a transformační rovnice přechodu k normovaným polárním bázím.

$$F(\mathbf{x}) = -2x_1^2 - 6x_2^2 - 2x_3^2 - x_4^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_2x_3 + 2x_2x_4 - 2x_3x_4$$

2. V ortonormální bázi na euklidovském vektorovém prostoru V_3 je dána kvadratická forma G . Pomocí ortonormálních transformací určete kanonický tvar rovnic, typ formy, ortonormální polární bázi a rovnice transformace souřadnic, které převádí formu do kanonického tvaru.

$$G(\mathbf{x}) = x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$$

Kuželosečky v projektivní rovině

3. Určete rovnici kuželosečky, která prochází body $A = (1, -1, -1)$, $B = (0, 3, 1)$, $C = (2, 2, 1)$, $D = (3, 0, 1)$ a $E = (0, 1, -1)$.

(Vyzkoušejte si ověření vašeho výsledku v GeoGebře – převedte homogenní souřadnice do afinních souřadnic, zanechte body do GeoGebry a použijte funkci „kuželosečka daná pěti body“. V algebraickém okně pak uvidíte rovnici kuželosečky.)

4. Je dána kuželosečka $k: x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 6x_2x_3 = 0$ a bod $A = (2; 2; 1)$. Určete bod polárně sdružený k bodu A vzhledem ke kuželosečce k , který má třetí souřadnici nulovou.
5. Určete tečny kuželosečky $k: x_1^2 - 6x_2^2 + 7x_3^2 + 11x_1x_2 - 8x_1x_3 + x_2x_3 = 0$, které prochází bodem $M = (7, 6, -5)$. Určete také tečné body.
6. Pomocí transformací kartézských souřadnic určete typ kuželosečky k , kanonickou rovnici a transformační rovnice, které převedou rovnici do kanonického tvaru.

$$k: 3x_1^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3 = 0$$

Kuželosečky v afinní rovině

7. Určete střed kuželosečky $k: x^2 + 3y^2 - 4xy - 2x - 3 = 0$.

(Vyzkoušejte si ověření vašeho výsledku v GeoGebře – zadejte do příkazového řádku rovnici kuželosečky a nechte si kuželosečku vykreslit.)

8. Určete asymptoty kuželosečky $k: 4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$.
9. Určete dvojici sdružených průměrů kuželosečky $k: 7x^2 - 8y^2 + 8xy + 26x - 16y - 17 = 0$, z nichž jeden má směrový vektor $\mathbf{u} = (1; 2)$.
10. Určete afinní typ kuželosečky, normální tvar rovnic, normovaný afinní polární repér a transformační rovnice afinních souřadnic do normovaného afinního polárního repéru.

$$k: 9x^2 + 4y^2 - 15xy + 9x + 6y - 18 = 0$$

11. Určete afinní typ kuželosečky, normální tvar rovnic, normovaný afinní polární repér a transformační rovnice afinních souřadnic do normovaného afinního polárního repéru.

$$k: x^2 + 9y^2 + 6xy - 8y - 9 = 0$$

Kuželosečky v euklidovské rovině

12. Určete osy a vrcholy kuželosečky $k: x^2 + 2xy + y^2 - 3x - y - 4 = 0$.

13. Pomocí transformací kartézských souřadnic určete typ, kanonickou rovnici a transformační rovnice, které převedou rovnici kuželoseček do kanonického tvaru.

$$k: x^2 + 6xy + 9y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$$

14. Pomocí transformací kartézských souřadnic určete typ, kanonickou rovnici a transformační rovnice, které převedou rovnici kuželoseček do kanonického tvaru.

$$k: 5x^2 + 6xy + 5y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$$

15. Pomocí transformací kartézských souřadnic určete typ, kanonickou rovnici a transformační rovnice, které převedou rovnici kuželoseček do kanonického tvaru.

$$k: x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$$