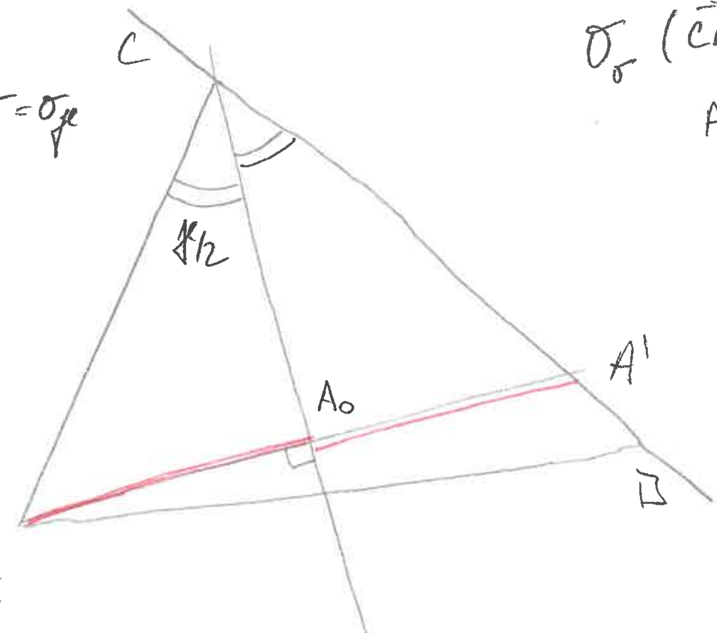
1)

$\mathcal{D}: A, B, \sigma = o_{\sigma}$



$\triangle AA_0C \cong \triangle A'A_0C$ (usu)
(sus)

$o_\sigma(\overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{CB} \Rightarrow A' \in \overrightarrow{CB} \Rightarrow$

$A \to A'$

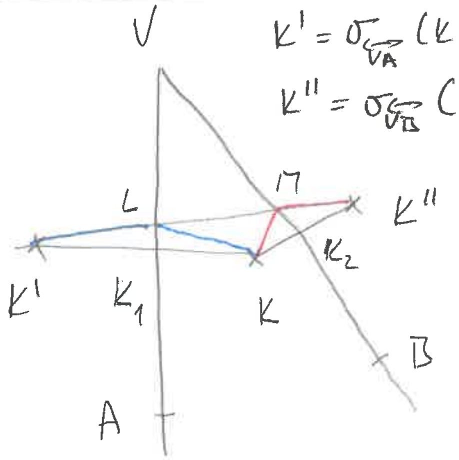
$\overleftrightarrow{CB} = \overleftrightarrow{A'B} \Rightarrow$

$C \in \overleftrightarrow{A'B} \cap \sigma$

- $A' = B$ ... nekonečně mnoho řeš. $\triangle ABC$ je rr, $C \in \sigma$ $(C \notin AB)$
- $A'B \parallel \sigma$ ... 0 řeš. $(\overleftrightarrow{A'B} \cap \sigma = \emptyset)$
- $AB \times \sigma$ ... 1 řeš.

2) podobná úloha

ozn.
$K' = o_{\overleftrightarrow{VA}}(K)$
$K'' = o_{\overleftrightarrow{VB}}(K)$



nejkratší lomená čára KLMK

d ... délka lom. čáry KLMK

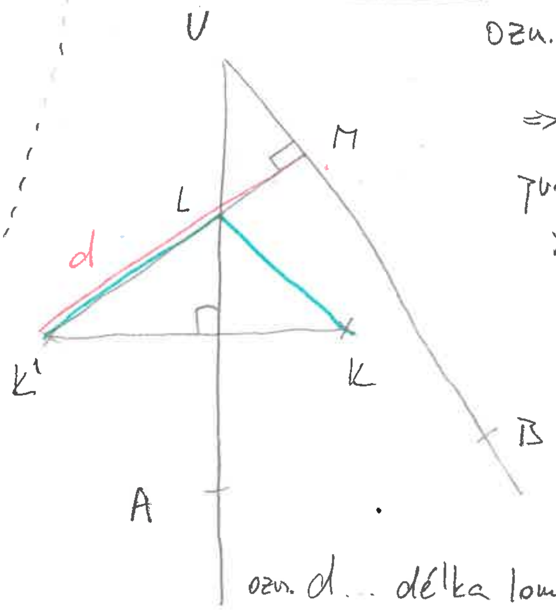
$d = |KL| + |LM| + |MK| =$

$= |K'L| + |LM| + |MK''| \geq |K'K''|$,

2) zadaná varianta

ozn. $K' = o_{\overleftrightarrow{VA}}(K)$

$\Rightarrow |KX| = |K'X|$ pro lib. bod $X \in \overleftrightarrow{VA}$



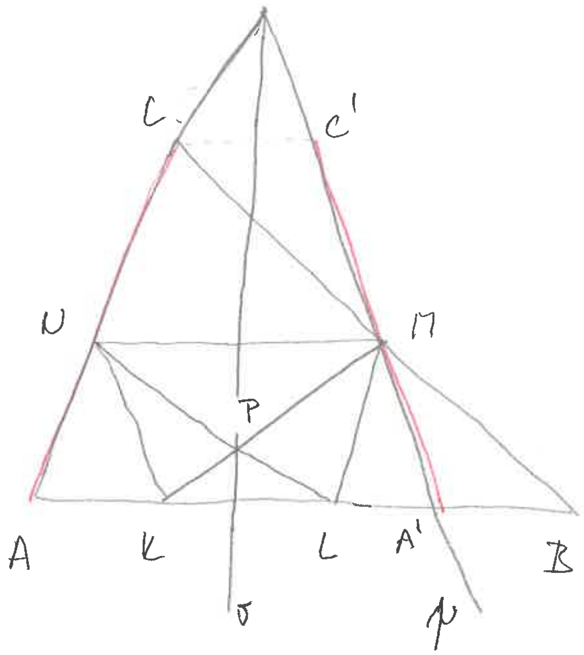
ozn. d ... délka lomené čáry KLM

$d = |KL| + |LM| = |K'L| + |LM| \geq |K'M|$

trojúhelníková nerovnost
rovnost $\Leftrightarrow L \in K'M$

$K'M$ je nejkratší, pokud $K'M \perp VB$, $L \in K'M \cap \overrightarrow{VA}$

3)



KLMN je rr lichoběžník se základnami KL, MN ⇒ je osově souměrný podle

$\sigma = \sigma_{KL} = \sigma_{MN}$, $P \in \sigma$

$\Rightarrow \quad P \in \sigma \perp AB$

$O_\sigma(N) = M$

$N \in AC \Rightarrow M \in A'C' \; O_\sigma(AC)$

$\Rightarrow M \in p \cap BC$

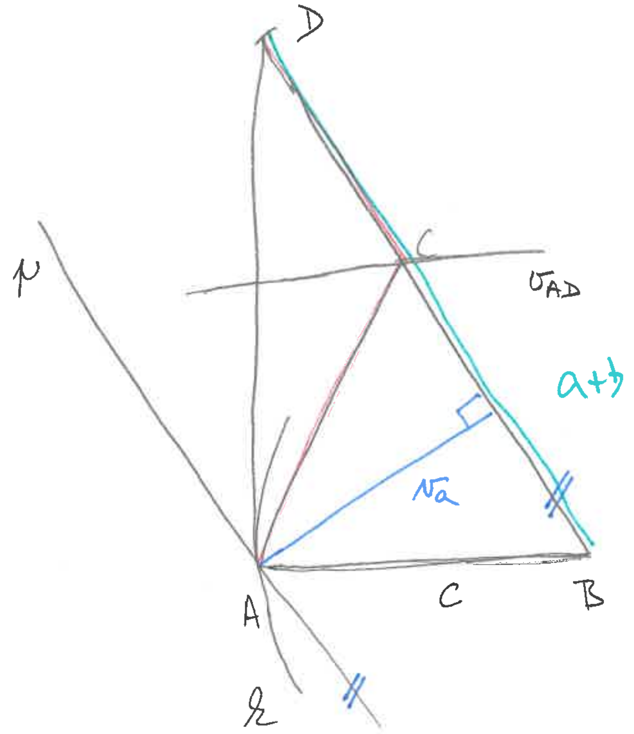
$\Rightarrow N = O_\sigma(M)$, $K \in \overrightarrow{MP} \cap AB$, $L \in \overrightarrow{NP} \cap AB$

1 řeš. ... $\exists\; A'C' \cap BC$, $\overrightarrow{NP} \cap AB$, $\overrightarrow{MP} \cap AB$

0 řeš. neexistuje některý z výše uvedených průsečíků

nek. mnoho řeš. $|AC| = |BC|$ +

4) D: $a+b$, c, v_a



$\triangle ABD$: $|BD| = a+b$

$\left.\begin{array}{l} p \parallel BD;\ |p\,BD| = v_a \\ k(B; c) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow A \in p \cap k$

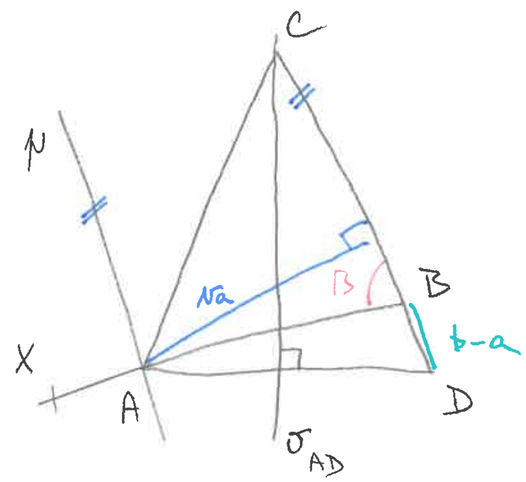
$\triangle ACD$ je rr $\Rightarrow$

$C \in \sigma_{AD} \Rightarrow$

$C \in \sigma_{AD} \cap BD$

0–2 řeš.

5) D: β, v_a, $d = b-a > 0$



$\triangle ABD$: $|BD| = b-a$,

$p \parallel BD$; $|p\,BD| = v_a$

$\overrightarrow{BX}$; $|\sphericalangle DBX| = 180° - \beta$

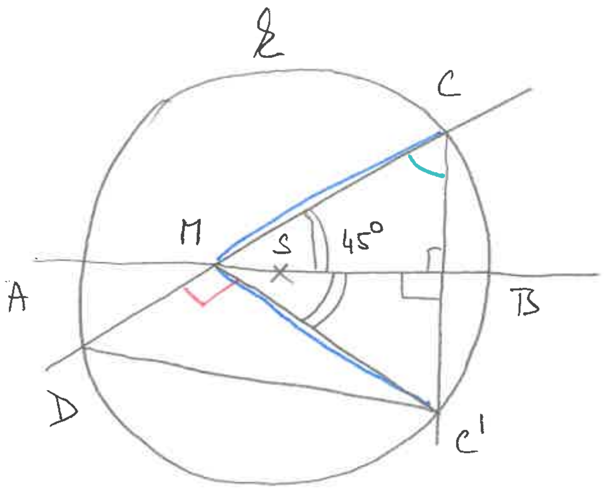
$\triangle ADC$ je rr $\Rightarrow$

$C \in \sigma_{AD} \Rightarrow$

$C \in \sigma_{AD} \cap \overrightarrow{DB}$

0–1 řeš.

6) $|CM|^2 + |DM|^2 = \text{konst}$ Dk.



ozn. $C' = S_{\overleftrightarrow{AB}}(C) \Rightarrow$

$\Rightarrow |CM| = |CM'|$ (*)

$|\sphericalangle CMB| = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow |\sphericalangle C'MB| = 45° \Rightarrow$] (**)

$\Rightarrow |C'MD| = 90° \Rightarrow$

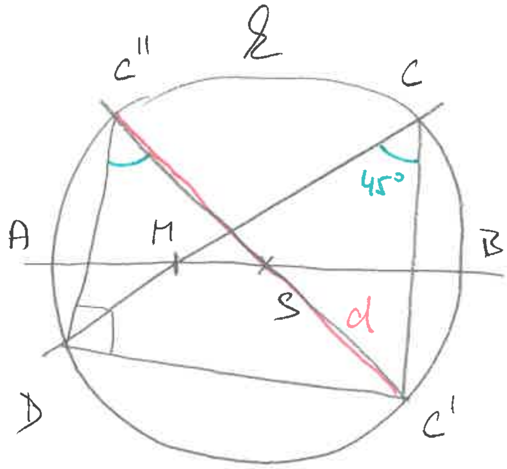
$$|DM|^2 + |CM|^2 = |DM|^2 + |C'M|^2 \overset{P.V.}{=} |DC'|^2$$

(*), (**)

$\Rightarrow |\sphericalangle MCC'| = |\sphericalangle MC'C| = 45° \Rightarrow \boxed{|\sphericalangle DCC'| = 45°}$

Protože shodné obvodové úhly přísluší shodným obloukům, plyne z uvedeného, že $|DC'|$ je konst. (jde o tětivu určenou obloukem, jemuž přísluší v dané kružnici k obvodový úhel o velikosti 45°)

$\boxed{\text{Pozn.}}$ Tuto konstantu můžeme určit pomocí poloměru r či průměru d kruž. k



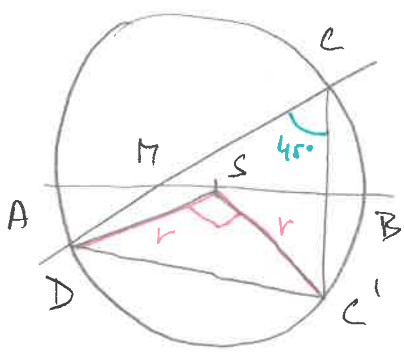
Uvažme takový bod C'', aby $C'C''$ byl průměr k, označme d jeho délku

$\Rightarrow |\sphericalangle C'DC''| = 90°$ (Thal. věta)

$$\frac{|DC'|}{d} = \sin 45°$$

$$\Rightarrow |DC'| = \frac{\sqrt{2}}{2} d = \sqrt{2}\, r$$

nebo



$|\sphericalangle DCC'| = 45°$ (obvodový) $\Rightarrow |\sphericalangle DSC'| = 90°$ (středový) $\Rightarrow 2r^2 = |DC'|^2$

$|DC'| = \sqrt{2}\, r$

$$\Rightarrow \boxed{|CM|^2 + |DM|^2 = |DC'|^2 = 2r^2}$$