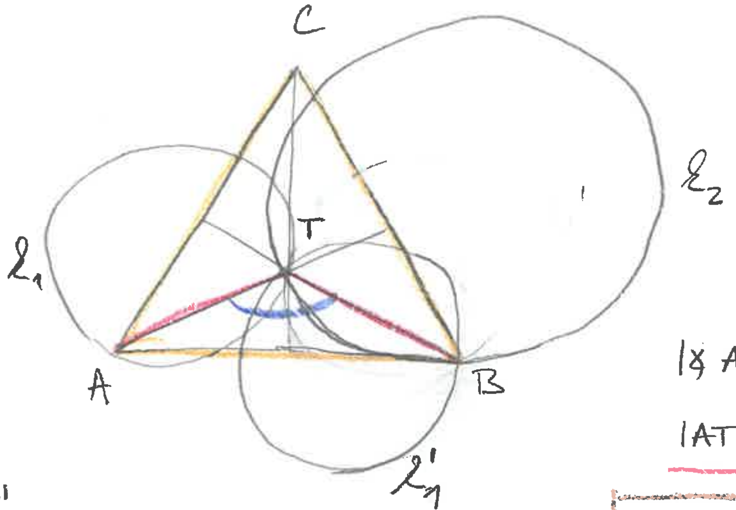
1) D: $T \in k_1 \cap k_2$

OTOČENÍ



$\left.\begin{array}{l} |\sphericalangle ATB| = 120° \\ |AT| = |BT| \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\boxed{\begin{array}{l} R_{T,\pm 120°}(A) = B \\ A \in k_1 \Rightarrow B \in k_1' = R_{T,\pm 120°}(k_1) \end{array}}$

$\Rightarrow \boxed{B \in k_1' \cap k_2}$ $B \neq T$

$T \in k_1 \cap k_2 \cap \underbrace{k_1' \cap k_1''}_{2 \text{ obrazy } k_1}$

2 možnosti rotace - směry

* nelze, aby k_2 měla s k_1' i k_1'' současně jediný spol. bod T (tzn. dotýkala se obou těchto kružnic současně)

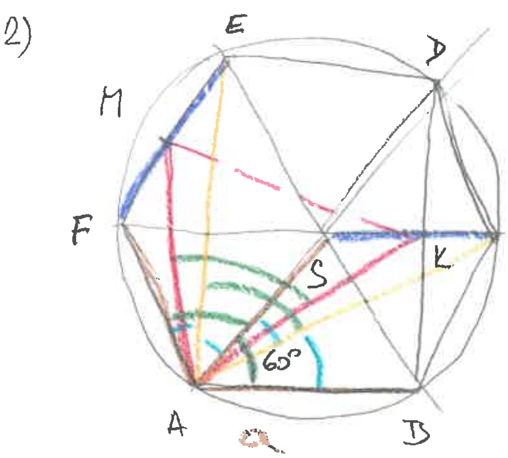
$\Rightarrow$ alespoň 1 řeš. úloha má

$R_{T,\mp 120°}(B) = A$

vrchol C je trojicí bodů A, B, T určen již jednoznačně

* 1 řeš.: k_2 se dotýká jedné z kružnic k_1', k_1'' a se druhou z nich se protne
* 2 řeš.: k_2 a k_1' i k_2 a k_1'' se protínají ve 2 bodech
* nekonečně mnoho řeš.: k_2 splývá s jednou z kružnic k_1' nebo k_1''

2)



$\left.\begin{array}{l} ABCS \text{ je kosočtverec, } \triangle ABS, \triangle CBS \text{ jsou rs} \\ ASEF \text{ je kosočtverec, } \triangle ASF, \triangle EFS \text{ jsou rs} \end{array}\right\} \Rightarrow$

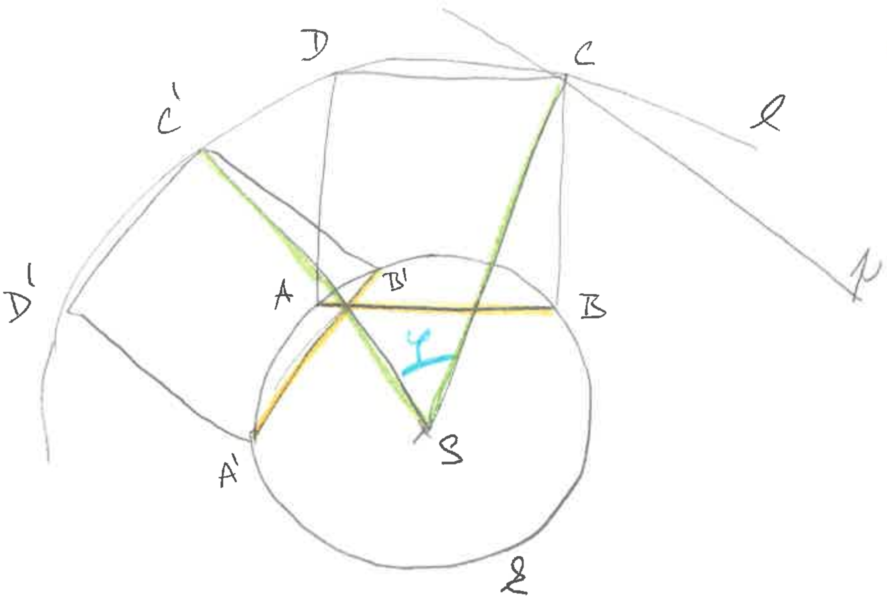
$\Rightarrow |AC| = |AE|$, $|\sphericalangle CAE| = 60°$

$BCDS$ je kosočtverec $\Rightarrow K$ je střed SC $\Rightarrow$

$\boxed{R_{A,+60°}(B) = S,\ R_{A,+60°}(SC) = FE,\ R_{A,+60°}(K) = M}$

$\Rightarrow \triangle MAK$ je rr ($|AM| = |AK|$), přičemž $|\sphericalangle MAK| = 60° \Rightarrow$ je rs

3)



Uvažme pomocný čtverec $A'B'C'D'$ takový, že $A', B' \in k$, $|A'B'| = a$

$\Rightarrow R_{S,\pm\varphi}(A'B'C'D') = ABCD$

$|SC'| = |SC| \Rightarrow$

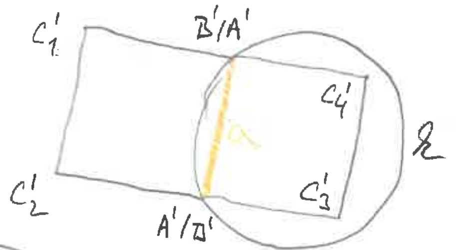
$|\sphericalangle C'SC| = \varphi$

$C \in p \cap l$, kde

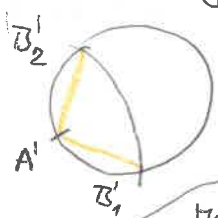
$l(S; |SC'|)$

$|SC'| = |SD'|$

Pro existující bod C mohou úloze vyhovovat až dva čtverce osově souměrné podle přímky o ($S \in o \perp p$) (některé mohou být samodružné)

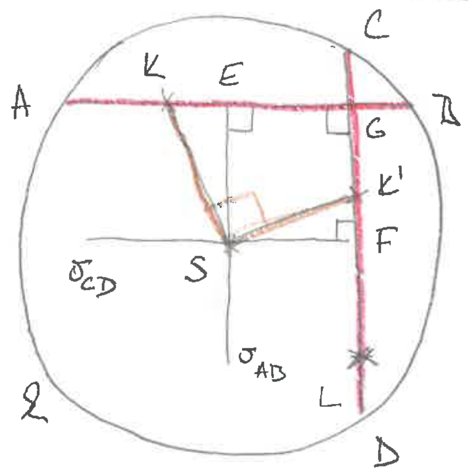


tětiva délky a → 2 možnosti volby B' → ke každém z nich 2 možnosti volby C' ⇒ k danému A' máme 4 body C'



⇒ $\boxed{0-8 \text{ řešení}}$

4)



Má platit $|AB| = |CD|$, $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$

$S \in o_{AB} \cap o_{CD}$ (E je střed AB, F je střed CD)

ozn. $G \in \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD}$

$\Rightarrow$ ESFG je pravoúhelník $\Rightarrow$

$\rightarrow |\sphericalangle ESF| = 90°$

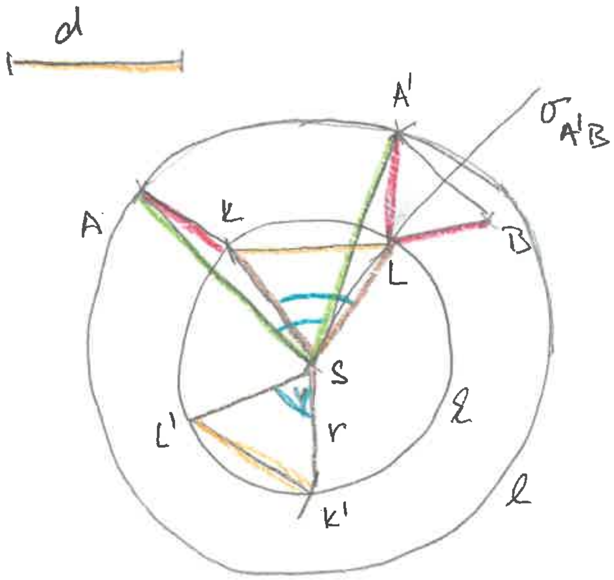
$\Rightarrow R_{S,\boxed{\pm}90°}(AB) = CD$

$K \in AB \Rightarrow K' \in CD$, kde $K' = R_{S,\pm 90°}(K)$

$\Rightarrow \overleftrightarrow{K'L}$ určuje jednu vyhovující tětivu CD, kolmice k ní vedená bodem K druhou: AB

$\boxed{2 \text{ řešení}}$ (nakresleno jedno)

5)



$\Delta\, SL'K'$ (sss) ... pomocný Δ

$|\measuredangle L'SK'| = \varphi$ ... určuje úhel otočení

$R_{S,\boxed{\pm}\varphi}(AK) = A'L$ $\qquad A' \in l$, $l(S, |SA|)$

$\Rightarrow \Delta\, A'LB$ je rr $\Rightarrow$

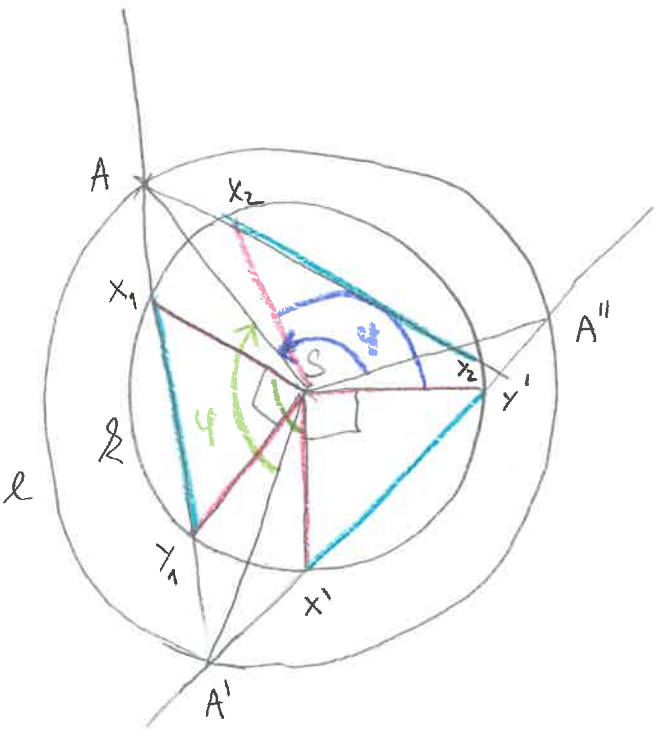
$L \in \sigma_{A'B} \Rightarrow L \in k \cap \sigma_{A'B}$

$\boxed{\text{2 možná otočení}}$

počet řešení – dle počtu průsečíků $\underbrace{\sigma_{A'B} \cap k}_{\text{až 2 možné průsečíky}}$ ← 2 různé osy 2 různých úseček $\Rightarrow$ 0–4 řešení

+ případ, kdy $A' = B$ ... nekonečně mnoho řešení

6)



ozn. $\alpha = |\measuredangle XSY| \Rightarrow$

$S_{XSY} = \frac{1}{2}|XS| \cdot |YS| \cdot \sin\alpha =$

$= \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin\alpha \leq \frac{1}{2} r^2$

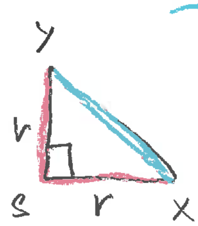
$S_{XSY} = \frac{1}{2} r^2 \Leftrightarrow \alpha = 90°$

$\Updownarrow$

$\sin\alpha = 1$

$\Updownarrow$

$|XY| = \sqrt{2}\, r$



Vyrazíme pomocný $\Delta\, X'SY'$, kde $|\measuredangle X'SY'| = 90°$, $X', Y' \in k$

$R_{S,-\varphi}(X'Y') = XY$

$\psi \qquad A' \to A \Rightarrow |\measuredangle A'SA| = \varphi$

$|\measuredangle A''SA| = \psi$

$\boxed{\text{2 řešení}}$