

STEJNOLEHLOSTI (2 cvičení)

- (1) Sestrojte kosočtverec o straně 6 cm, jehož úhlopříčky mají délky v poměru 2 : 3.
- (2) Na kružnici k jsou dány tři různé body A, B, C . Sestrojte její tětivu AD , kterou tětiva BC protne v bodě, jehož vzdálenosti od krajních bodů A, D jsou (v uvedeném pořadí) v poměru 3 : 1.
- (3) Uvnitř konvexního úhlu XVY je dán bod T . Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB a těžištěm T tak, aby jeho vrcholy A, C ležely na rameni VX a vrchol B na rameni VY . [Návod: Sestrojte nejprve střed B_1 strany AC a v druhé části využijte rovnost $|AT| = |BT|$.]
- (4) Ve vnitřní oblasti kružnice $k(S, r)$ je dán bod $A, A \neq S$. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC tak, aby na kružnici k ležel jak vrchol B , tak střed B_1 strany AC . [Návod: Uvažte kružnici, na které leží střed C_1 strany AB a pak využijte otočení.]
- (5) Uvnitř ostrého úhlu AVB je dán bod E . Na rameni VB sestrojte úsečku CD tak, aby polokružnice nad průměrem CD procházela bodem E a dotýkala se ramena VA . [Návod: Na rameni VA kromě neznámého bodu dotyku T uvažme libovolný bod T' a sestrojme obraz hledané polokružnice v té stejnolehlosti se středem V , při které $T \rightarrow T'$.]
- (6) V daném čtverci $ABCD$ označme E střed strany CD . Sestrojte rovnostranný trojúhelník KLM tak, aby bod K ležel na straně AB , bod L na straně BC , bod M na straně AD a aby úsečky KM a BE byly rovnoběžné. [Návod: Zvolte bod K' uvnitř AB libovolně a využijte tu stejnolehlost se středem A , při které $K \rightarrow K'$.]
- (7) Do dané kruhové úseče vymezené obloukem AB nad úsečkou AB vepište čtverec $KLMN$ tak, aby strana KL ležela na úsečce AB (K blíže A , L blíže B) a aby jeho vrcholy M, N byly body hraničního oblouku AB . [Návod: Nejprve vysvětlíte, proč střed S úsečky AB musí být i středem úsečky KL (AB a MN jsou rovnoběžné tětivy téže kružnice, takže mají společnou osu, podle které je ovšem čtverec $KLMN$ souměrný). Pak využijte obrazu čtverce $KLMN$ v té stejnolehlosti se středem S , ve které $K \rightarrow A$ (a $L \rightarrow B$, jak už víme).]
- (8) Je dán bod M a tři různoběžky a, b, c se společným bodem $P, P \neq M$. Bodem M vedte přímku p mimo bod P tak, aby prořála přímky a, b, c po řadě v bodech A, B, C , pro které platí $|AB| = 2 \cdot |BC|$. [Návod: Na přímce b zvolte bod B' různý od P a sestrojte obraz p' přímky p v té stejnolehlosti se středem P , při které $B \rightarrow B'$. Obrazy $A' \in a$ a $C' \in c$ určete s ohledem na $|A'B'| = 2 \cdot |B'C'|$ pomocí stejnolehlosti se středem B' . Nezapomeňte přitom, že bod B' může ležet buď na úsečce $A'C'$, nebo na polopřímce opačné k $C'A'$.]

- (9) Ve vnější oblasti kružnice $k(S, r)$ je dána přímka p a na ní bod M . V kružnici k je navíc sestrojena tětiva PQ , $PQ \parallel p$. Na přímce p sestrojte úsečku XY se středem M tak, aby průsečík Z přímek PX a QY ležel na kružnici k . [Návod: Trojúhelníky PQZ a XYZ jsou stejnolehle podle středu Z , přitom středu K strany PQ odpovídá střed M strany XY , takže bod Z leží na přímce KM .]
- (10) Do daného trojúhelníku ABC vepište dvě shodné kružnice k a l s vnějším dotykem tak, aby se kružnice k rovněž dotýkala stran AB , AC a kružnice l stran BA a BC . [Návod: Sestrojte nejprve příklad dvojice kružnic k' a l' , které splňují všechny podmínky úlohy s případnou výjimkou té, že kružnice l' se dotýká strany BC . Pak využijte toho, že vhodná stejnolehlost se středem A převede kružnici k' na hledanou kružnici k .]
- (11) Je dána kružnice $k(S, r)$ a dva její různé poloměry SA , SB . Sestrojte tětivu XY kružnice k tak, aby byla oběma poloměry rozdělena na tři shodné úseky XP , PQ a QY . [Návod: Nejprve dokažte, že musí platit $|SP| = |SQ|$ (užitím shodnosti trojúhelníků PXS a QYS v důsledku věty *sus*). Pak využijte tu stejnolehlost se středem S , při které $PQ \rightarrow AB$.]
- (12) Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC a bod K jeho strany AB (nevylučujeme, že $K = A$ nebo $K = B$). Sestrojte vnitřní bod X strany AC a vnitřní bod Y strany BC tak, aby lomená čára $CXYK$ byla složena ze tří shodných úseček. [Návod: Uvnitř strany AC zvolte bod X' a v té stejnolehlosti se středem C , při níž $X \rightarrow X'$, určete postupně obrazy Y' a K' bodů Y , resp. K .]

KONEC DOKUMENTU