13. Posunutí, vlastnosti a užití

Orientovaná úsečka, její délka. Orientované úsečky nulové a nenulové. Směr přímek, polopřímek a orientovaných úseček.
Definice posunutí. Vlastnosti posunutí.
Konstrukce úsečky dané délky a směru. Posunutí kopie útvaru. Konstrukce lichoběžníků. Čtyřúhelníky se zadanými úhlopříčkami a úhlem mezi nimi.

Definice. Je dána nenulová orientovaná úsečka $\overrightarrow{AB}$. Posunutí neboli translace je shodné zobrazení $\mathcal{T}(\overrightarrow{AB})$, které každému bodu X přiřadí bod X' tak, že orientované $\overrightarrow{XX'}$ a $\overrightarrow{AB}$ mají stejnou délku a stejný směr.
V případě nulové orientované úsečky (tj. $A = B$) považujeme posunutí $\mathcal{T}(\overrightarrow{AA})$ za identické zobrazení: $X' = X$ pro každý bod X.

Poznámky.

(1) Důvod k vyčlenění případu $A = B$: nulová orientovaná úsečka nemá směr.
(2) Při zobrazení $\mathcal{T}(\overrightarrow{AB})$ mluvíme o *délce* posunutí $|AB|$ a jeho *směru* (při nenulové délce). Těmito dvěma údaji je každé posunutí určeno.

Vlastnosti posunutí.

(1) Každé posunutí je určeno jednou, jakkoli vybranou dvojicí bodů (X, X') – je to pak zobrazení $\mathcal{T}(\overrightarrow{XX'})$. Speciálně v $\mathcal{T}(\overrightarrow{AB})$ je $A' = B$.
(2) Inverzní zobrazení k $\mathcal{T}(\overrightarrow{AB})$ je posunutí $\mathcal{T}(\overrightarrow{BA})$.
(3) V případě $B \neq A$ nemá zobrazení $\mathcal{T}(\overrightarrow{AB})$ žádný samodružný bod.
(4) V případě $B \neq A$ jsou samodružné přímky v $\mathcal{T}(\overrightarrow{AB})$ právě ty, jež jsou rovnoběžné s přímkou AB.
(5) V $\mathcal{T}(\overrightarrow{AB})$ je obrazem každé přímky (resp. polopřímky, resp. úsečky) rovnoběžná přímka (resp. rovnoběžná polopřímka, resp. rovnoběžná úsečka).
(6) Posunutí je přímá shodnost, tj. zachovává orientaci každého úhlu, která navíc zachovává i směr každé orientované úsečky či polopřímky.

Příklad 1. Body A, B jsou od sebe odděleny pásem určeným danými rovnoběžkami p a q (A je blíže p, B je blíže q). Sestrojte body $X \in p$ a $Y \in q$ tak, aby platilo $XY \perp p$ a aby lomená čára $AXYB$ měla nejkratší možnou délku.

Příklad 2. Je dána kružnice k a dvě její disjunktní tětivy AB a CD. Sestrojte bod $X \in k$ tak, aby úsečky AX a BX vymezily na tětivě CD úsečku EF dané délky d.

Příklad 3. Jsou dány dvě různé rovnoběžky a, b a uvnitř pásu jimi určeném bod K. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC o straně dané délky d s vrcholy $A \in a$, $B \in b$ a bodem K na straně AC.

Příklad 4. Sestrojte lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li dáno a, b, c, d ($a > c$).

Příklad 5. Sestrojte lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), je-li dáno $a + c$, $e = |AC|$, $f = |BD|$ a $\alpha = |\sphericalangle BAD|$.

Příklad 6. Sestrojte konvexní čtyřúhelník $ABCD$, je-li dáno a, c, $e = |AC|$, $f = |BD|$ a $\omega = |\sphericalangle APB|$, kde P je průsečík úhlopříček AC a BD.

Konec dokumentu