14. Otočení, vlastnosti a užití
Orientovaný úhel, jeho základní a obecná velikost.
Definice otočení. Vlastnosti otočení.
Konstrukce rovnoramenných trojúhelníků. Otočení kopie útvaru. Využití úhlu mezi přímkou a jejím obrazem.

Definice. Je dán bod S a orientovaný úhel, jehož jedna velikost je φ. Otočení neboli rotace je shodné zobrazení $\mathcal{R}(S, \varphi)$, které přiřazuje:

1. (1) každému bodu $X \neq S$ bod $X' \neq S$ tak, že platí $|X'S| = |XS|$ a orientovaný úhel XSX' má velikost φ,
2. (2) bodu S bod $S' = S$.

Bod S se nazývá střed otočení, orientovaný úhel o velikosti φ úhel otočení.

Poznámka. Rozlišujme termíny *otočení* a *otáčení*. Otočení se středem S a úhlem φ je výsledkem pohybu, kterým je otáčení kolem bodu S o úhel φ.

Vlastnosti otočení.
Dále k značí libovolné celé číslo.

(1) V případě $\varphi = k \cdot 360°$ je $\mathcal{R}(S, \varphi)$ identické zobrazení (tj. $\forall X\colon X' = X$).
V případě $\varphi = (2k + 1) \cdot 180°$ je $\mathcal{R}(S, \varphi)$ středová souměrnost $\mathcal{S}(S)$.
(2) Inverzní zobrazení k $\mathcal{R}(S, \varphi)$ je otočení $\mathcal{R}(S, -\varphi)$.
(3) V případě $\varphi \neq k \cdot 360°$ má $\mathcal{R}(S, \varphi)$ jediný samodružný bod S.
(4) V případě $\varphi \neq k \cdot 180°$ nemá $\mathcal{R}(S, \varphi)$ žádnou samodružnou přímku.
(5) Je-li $\varphi \neq k \cdot 180°$, pak obrazem každé přímky p v $\mathcal{R}(S, \varphi)$ je přímka p', která má od bodu S stejnou vzdálenost jako přímka p a je s ní různoběžná. Jeden z úhlů mezi přímkami p a p' lze orientovat tak, aby měl velikost φ.
(6) Otočení je přímá shodnost, tj. zachovává orientaci každého úhlu.

Příklad 1. Je dána kružnice k, přímka l a bod M. Sestrojte rovnostranný trojúhelník KLM tak, aby platilo $K \in k$ a $L \in l$.

Příklad 2. Do daného rovnoběžníku $KLMN$ vepište čtverec $ABCD$ tak, aby platilo $A \in KL$, $B \in LM$, $C \in MN$ a $D \in NK$.

Příklad 3. Je dána kružnice $k(S, r)$ a bod C ($C \neq S$, $C \notin k$). Dále je dána úsečka délky c ($c < 2r$) a úhel velikosti γ. Sestrojte ΔABC s úhlem γ při vrcholu C, stranou AB délky c a vrcholy A, B na kružnici k.

Příklad 4. Je dána kružnice k a mimo ni dva různé body P a Q. Veďte jimi dvě různé rovnoběžky p a q ($P \in p$ a $Q \in q$) tak, aby pás mezi nimi vyťal na kružnici k dvě čtvrtkružnice.

Konec dokumentu