

## **C1480: Úvod do matematiky - seminář**

*Téma 2: Limity a derivace 1/2*

**Veronika Bendová**

bendova.veroonika@gmail.com

# Přehled pojmů

## Limity funkcí

- **funkce  $f(x)$  na množině  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}$**  ... předpis, který každému číslu  $x \in \mathcal{D}$  přiřazuje právě jedno reálné číslo
  
- **limita** ... nějaké číslo  $y$ , ke kterému se blíží funkce  $f(x)$
- **vlastní bod** ... libovolné číslo, které není  $\infty$  nebo  $-\infty$
- **nevlastní bod** ...  $\infty$ ,  $-\infty$

- **limita ve vlastním bodě  $a$  zprava** . . . nějaké číslo  $y$ , ke kterému se blíží funkce  $f(x)$ , když s  $x$  jdeme do  $a$  ze směru od  $+\infty$  (tj. z pravé strany)
  
- **limita ve vlastním bodě  $a$  zleva** . . . nějaké číslo  $y$ , ke kterému se blíží funkce  $f(x)$ , když s  $x$  jdeme do  $a$  ze směru od  $-\infty$  (tj. z levé strany)
  
- **limita ve vlastním bodě  $a$**  . . . nějaké číslo  $y$ , ke kterému se blíží funkce  $f(x)$ , když s  $x$  jdeme do  $a$

- **limita v nevlastním bodě** ... nějaké číslo  $y$ , ke kterému se blíží funkce  $f(x)$ , když  $x$  jdeme do  $-\infty$ , nebo do  $\infty$
- **vlastní limita** ... limita, jejíž hodnota je libovolné číslo  $y$ , které není  $\infty$  nebo  $-\infty$
- **nevlastní limita** ... limita, jejíž hodnota  $y$  je  $\infty$  nebo  $-\infty$
- **neurčitě výrazy** ...  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\frac{0}{0}$ ,  $1^\infty$ ,  $\infty \times 0$ ,  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $\infty - \infty$

## Pravidla pro určení limity

- limita součtu = součet limit
  
- limita součinu = součin limit
  
- limita podílu = podíl limit
  
- $\frac{1}{\pm\infty} = 0$ ;  $\frac{1}{+0} = +\infty$ ,  $\frac{1}{-0} = -\infty$
- výraz  $a^0 = 1$  (kromě  $0^0$ )
- libovolné kladné číslo  $a^\infty = \infty$  (kromě  $1^\infty$ )
- libovolné číslo mezi  $(-1; 1)^\infty = 0$  (vyjma  $-1^\infty$  a  $1^\infty$ )

## Výpočty limit

### **Příklad 1.1. Hornerovo schéma: Rozklad polynomu na kořenové činitele**

Rozložte na kořenové činitele následující polynomy

1.  $x^2 - 3x - 10$

2.  $s^3 + 6s^2 + 9s + 4$

### Příklad 1.2. Limity funkcí ve vlastním bodě

Vypočítejte následující limity

$$1. \lim_{a \rightarrow 1} \frac{3^a - 5^a}{2^a} - 2$$

$$2. \lim_{v \rightarrow 0} \frac{6v^4 - 21v^2 - v + 3}{v^2 - 3v + 1}$$

$$3. \lim_{z \rightarrow -1} \frac{z^3 + 6z^2 + 9z + 4}{z^4 - 1}$$

### Příklad 1.3. Limity funkcí v nevlastním bodě

Vypočítejte následující limity

1.  $\lim_{b \rightarrow \infty} 1 + \frac{1}{b}$

2.  $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{5r^5 - 2r^3 + 6}{3 + r^2 + r^7}$

3.  $\lim_{h \rightarrow -\infty} \frac{21h^3 + 5h - 1}{4 + h^2 + 3h^3}$



$$4. \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{5^k + 3^k}{4^k}$$

$$5. \lim_{w \rightarrow -\infty} \frac{4^w + 3^w}{3^w}$$